MODUL KULIAH

STATISTIKA 1

Disusun Oleh :

POPY MEILINA

TEKNIK INFORMATIKA - FAKULTAS TEKNIK

UNIVERSITAS MUHAMMADIYAH JAKARTA

2011

LEMBAR PENGESAHAN

Modul ini dibuat sebagai bagian dari bahan ajar untuk proses belajar mengajar mata kuliah **STATISTIKA 1** untuk mahasiswa semester tiga **Jurusan Teknik Informatika** Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Jakarta

Dibuat oleh Dosen Mata Kuliah bersangkutan:

Popy Meilina, ST

(NIDN: 0305057901)

Disahkan di Jakarta,
12 Juli 2011

Mengetahui,

Ketua Jurusan Teknik Informatika Universitas Muhammadiyah Jakarta	Dekan Fakultas Teknik Universitas Muhammadiyah Jakarta
Nurvelly Rosanti, M.Kom	**Ir. Mutmainah, S.Sos, MM**

KATA PENGANTAR

Puji syukur Kehadirat Allah SWT yang telah memberikan rahmat-Nya, sehingga penulis dapat menyelesaikan modul **STATISTIKA 1**.

Adapun tujuan pembuatan modul ini adalah untuk pembelajaran bagi mahasiswa maupun penulis sendiri untuk lebih memahami dalam pembelajaran di dalam perkuliahan.

Dengan segala kekurangan, penulis mengharapkan kritik dan saran yang sifatnya membangun.

Harapan penulis terhadap modul ini yaitu semoga modul ini dapat bermanfaat bagi pembaca pada umumnya dan bagi penulis sebagai penyusun modul ini pada khususnya.

DAFTAR ISI

BAB I
Pokok Bahasan : **Pendahuluan**
Sejarah dan Data

Deskripsi Singkat :

Bab ini merupakan pengantar dalam mempelajari Statistika. Anda akan dibantu untuk memahami sejarah dan konsep dasar statistika.

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan kegunaan statistika
2. menjelaskan pengertian statistika deskriptif dan inferensia beserta contohnya
3. menjelaskan pengertian populasi dan contoh
4. menjelaskan jenis-jenis data
5. menjelaskan jenis-jenis skala

1 PENDAHULUAN I

1.1 Sejarah Statistik

Penggunan Sttistik sudah ada sebelum abad ke- 18, pada saat itu negara Babilon, Mesir, dan Roma mengeluarkan catatan tentang nama, usia, jenis kelamin, pekerjaan, dan jumlah anggota keluarga. Kemudian pada tahun 1500, pemerintahan Inggris mengeluarkan catatan mingguan tentang kematian dan tahun 1662 dikembangkan catatan tentang kelahiran dan kematian. Baru pada tahun 1772-1791 G. Achenwall menggunakan istilah statistik sebagai kumpulan data tentang Negara. Tahun 1791-1799, Dr. E.A.W Zimmesman mengenalkan kata statistika dalam bukunya Statistical Account of Scotland. Tahun 1880, F. Galton pertama kali menggunakan korelasi dalam penelitian ilmu hayat. Pada abad 19 Karl Pearson mempelopori penggunaan metoda statistik dalam berbagai penelitian biologi maupun pemecahan persoalan yang bersifat sosio ekonomis. Tahun 1918-1935, R. Fisher mengenalkan analisa varians dalam literatur statistiknya.

1.2 Pengertian Statistik dan Statistika

Pada umumnya orang tidak membedakan antara statistika dan statistik. Kata statistic berasal dari kata latin yaitu status yang berarti “Negara” (dalam bahasa inggris adalah state). Pada awalnya kata statistic diartikan sebagai keterangan-keterangan yang dibutuhkan oleh Negara dan berguna bagi negara. Misal keterangan menganai jumlah keluarga penduduk suatu negara., keterangan mengenai pekerjaan penduduk suatu Negara, dan sebagainya. Perkembangan lebih lanjut menunjukkan bahwa pengertian statistik merupakan kumpulan suatu angaka-angka. Misalnya statistik kelahiran, statistik hasil pertanian, statistik penduduk, dan sebagainya.

Agar **pengertian statistik sebagai kumpulan angka-angka** tidak mengaburkan perbedaan pengertian antara kumpulan angka-angka dengan metode sehingga kumpulan angka tersebut “berbicara”. Dalam arti kumpulan angka tersebut disajikan dalam bentuk table/diagram, selanjutnya dianalisa dan ditarik kesimpulan. Ini semua ternyata merupakan pengetahuan tersendiri yang disebut statistika. **Jadi pengertian statistika adalah** ilmu pengetahuan yang berhubungan dengan cara-cara pengumpulan, penyajian, pengolahan, analisis data, dan penarikan kesimpulan dari hasil analisis serta menentukan keputusan. Metode statistik adalah prosedur yang digunakan dalam pengumpulan, penyajian analisis dan penafsiran data.

Statistika dalam pengertian sebagai ilmu dibedakan menjadi dua, yaitu :

1. **Statistika Deskriptif** mempunyai tujuan untuk mendeskripsikan atau memberi gambaran objek yang diteliti sebagaimana adanya tanpa menarik kesimpulan atau generalisasi. Dalam statistika deskriptif ini dikemukakan cara-cara penyajian data dalam bentuk tabel maupun diagram, penentuan rata-rata (mean), modus, median, rentang serta simpangan baku.

Contoh Masalah Statistika Deskriptif :

1. Tabulasi Data
2. Diagram Balok
3. Diagram Kue Pie
4. Grafik perkembangan harga dari tahun ke tahun

2. **Statistika Inferensial** mempunyai tujuan untuk penarikan kesimpulan. Sebelum menarik kesimpulan dilakukan suatu dugaan yang diperoleh dari statistika deskriptif.

   Contoh Masalah Statistika Inferensia :

   1. Pendugaan Statistik
   2. Pengujian Hipotesis
   3. Peramalan dengan Regresi/Korelasi

1.3 Peranan dan Manfaat statistik dalam Kehidupan

Adapun manfaat Statistik yaitu :

- Untuk meramalkan
- Untuk penelitian
- Untuk menagatur kualitas barang
- Untuk produktivitas
- Untuk memperbaiki proses (eksperimen)

1.4 Macam – macam Data

1. Pengertian data

   Setiap kegiatan yang berkaitan dengan statistik selalu berhubungan dengan data. Pengertian data adalah keterangan yang benar dan nyata. Data adalah bentuk jamak dari datum. Datum adalah keterangan atau informasi yang diperoleh dari suatu pengamatan sedangkan data adalah segala keterangan atau informasi yang dapat memberikan gambaran tentang suatu keadaan.

Data = ukuran suatu nilai

Data $\rightarrow$ bentuk jamak (plural)

Datum $\rightarrow$ bentuk tunggal (singular)

~~Data-data~~ atau ~~datas~~ adalah penulisan yang salah.

Dari contoh-contoh yang telah diberikan sebelumnya, dapat diperoleh bahwa tujuan pengumpulan data adalah :

- Untuk memperoleh gambaran suatu keadaan
- Untuk dasar pengambilan keputusan

2. Syarat data yang baik

   Untuk memperoleh kesimpulan yang tepat dan benar maka data yang dikumpulkan dalam pengamatan harus nyata dan benar, demikian sebaliknya.

   Syarat data yang baik yaitu :

   - Data harus objektif (sesuai dengan keadaan sebenarnya)
   - Data harus mewakili (representative)
   - Data harus up to date
   - Data harus relevan dengan masalah yang akan dipecah

3. Pembagian data

   Data yang telah dikumpulkan dari suatu observasi disebut data observasi.

- *Menurut cara memperolehnya data dibagi atas :*
  1. **Data Primer**, yaitu data yang dikumpulkan langsung oleh peneliti (suatu organisasi/perusahaan).dengan cara observasi sendiri baik di lapangan atau di laboratorium, yaitu dengan survey atau percobaan. Contoh : Pemerintah melalui Biro Pusat Statistik melakukan sensus penduduk tahun 1980 untuk memperoleh data penduduk Negara Indonesia.
  2. **Data Sekunder**, yaitu data yang dikutip dari sumber lain. Contoh :Suatu perusahaan memperoleh data dari laporan yang ada dari BPS.

- *Menurut sifatnya data dibagi atas :*
  1. **Data Kualitatif / kategorik**, data yang tidak dalam bentuk angka. Contoh : mutu barang di supermarket "X" bagus atau jelek

  Data Kategorik dapat dijadikan data numerik dengan memberi bobot pada setiap kategori.

  Data Kategorik dapat dibedakan menjadi :

  (a) **Data Ordinal** : Urutan kategori menunjukkan tingkatan (ranking)

  Misalnya:Bagaimana prestasi belajar anda semester lalu?
  1. Sangat Baik
  2. Baik
  3. Sedang-sedang saja
  4. Buruk
  5. Sangat Buruk

(b) **Data Nominal** : Urutan/Nilai tidak menunjukkan tingkatan

Misalnya : Apa warna favorit anda :

1. Ungu
2. Abu-abu
3. Coklat
4. Putih

Selain kedua jenis data tersebut, kita juga mengenal :

(c) **Data Atribut** :

Nilai data tersebut memberi keterangan atau tanda pada suatu data.

Misalnya : Nama :

Alamat :

2. **Data Kuantitatif / numerik**, data dalam bentuk angka. Contoh : data hasil ulangan matematika siswa kelas enam di SD Teman adalah 8,9,6,7,8,….

Data Kuantitatif dibedakan menjadi 2 yaitu :

a. **Data Diskrit**, data yang dikumpulkan merupakan hasil dari membilang. Contoh : keluarga Pak Amir mempunyai 3 orang anak laki-laki
b. **Data Kontinu**, data yang diperoleh dari hasil pengukuran. Contoh : berat badan siswa kelas enam 40 kg, 35 kg, 36 kg, 30 kg, …

1.5 Pengumpulan Data

Pengumpulan data menurut waktu dibagi 2 yaitu :

a. Cross Section, dalam waktu tertentu
   Contoh : th 2000 ; th 1999
b. Time Series, berdasarkan tahun yang lalu
   Contoh : tahun 1999 – 2008
   Untuk meramalkan tahun ke depan

1.6 Skala Pengukuran

Skala pengukuran yang digunakan :

1. Skala Nominal

   Yaitu skala yang paling sederhana disusun menurut jenis (kategorinya) atau fungsi bilangan hanya sebagai simbol untuk membedakan karakteristik satu dengan yang lainnya.

   Contoh : Seorang peneliti menghadapi data yang berkaitan dengan jenis kelamin (perempuan dan laki-laki). Agar peneliti dapat menggunakan statistik dalam analisisnya, dituntut untuk melakukan perubahan data tersebut menjadi bentuk angka. Jika peneliti menggunakan angka 1 sebagai simbol siswa perempuan dan angka 2 sebagai siswa laki-laki, maka angka 1 dan angka 2 merupakan initial dari jenis kelamin perempuan dan laki-laki. Untuk selanjutnya peneliti akan selalu berhadapan dengan angka 1 dan angka 2 . Dalam hal ini angka 2 tidak berarti lebih besar dari angka 1, karena angka-angka tersebut hanya sebagai simbol atau kode saja. Sepanjang angka-angka yang digunkan oleh peneliti hanya sebagai simbol, maka angka tersebut dimasukkan sebagai kelompok data yang berskala nominal.

2. Skala Ordinal

   Yaitu skala yang didasarkan pada ranking, diurtkan dari jenjang yang lebih tinggi sampai rendah atau sebaliknya.

   Contoh : hasil ujian akhir suatu SMU menyatakan bahwa : Siswa A sebagai juara 1, siswa B sebagai juara 2, dan siswa C sebagai juara 3. dalam hal ini angka satu mempunyai nilai lebih tinggi daripada angka 2 maupun angka 3, tetapi skala ini tidak bisa menunjukkan perbedaan kemampuan antara A,B, dan C secara pasti. Juara satu tidak berarti mempunyai kemampuan dua kali lipat dari juara duamaupun mempunyai kemampuan tiga kali lipat dari kemampuan juara tiga. Di samping itu perbedaan kemampuan antara siswa juara 1 dengan siswa juara 2, juga berkemungkinan besar tidak sama dengan perbedaan kemampuan juara siswa juara 2 dengan siswa juara 3. dengan demikian maka rentangan kemampuan siswa untuk rentangan kemampuan untuk masing-masing

3. Skala Interval

   Yaitu skala yang menunjukkan jarak antara satu data dengan data yang lain dan mempunyai bobot sama, tetapi tidak mempunyai angka nol mutlak.

   Contoh : Nilai siswa mempunyai rentangan 0 sampai dengan 10. Temperaatur mempunyai rentangan dari 0 sampai dengan 100 derajat celcius. Dalam kasus ini siswa yang memperoleh nilai 8 mempunyai kemampuan 2 kali siswa yang memperoleh nilai 4, panas udara 15 derajat celcius merupakan setengahnya dari panas udara 30 derajat celcius. Tetapi siswa yang memperoleh nilai 0 berarti bukan tidak mempunyai pengetahuan sama sekali tentang yang diujikan, atau suhu udara berderajat 0 derajat celcius bukan berarti udara tidak bersuhu. Rentangan ini dari jenjang yang satu ke jenjang yang lainnya bersifat konstan. Sehingga skala ini dapat memberikan gambaran tentang objek yang dinilai secara konsisten.

4. Skala Rasio

   Yaitu skala pengukuran yang mempunyai nilai nol mutlak dan mempunyai jarak yang sama.

   Contoh : Ukuran berat, panjang/lebar, umur, dll. Seseorang yang mempunyai berat badan 100 kg adalah 2 klai beratnya dari orang yang mempunyai berat badan 50 kg. Jika berat suatu benda adalah nol, maka benda tersebut benar-benar tidak mempunyai berat. Hal ini menunjukkan kepada kita bahwa angka nol mempunyai arti tersendiri (nol adalah mutlak adanya).

Tabel 1.1 Perbedaan Jenis Skala

	Nominal	Ordinal	Interval	Rasio
Bilangan menunjukkan perbedaan	√	√	√	√
Pengukuran dapat digunakan untuk membuat peringkat atau mengurutkan objek		√	√	√
Perbedaan bilangan mempunyai arti			√	√
Mempuyai nol mutlak dan rasio antara dua bilangan mempunyai arti				√

Soal Evaluasi :

I. Isilah!

1. Jelaskan tentang pengertian statistik dan statistika!
2. Jelaskan pengertian Statistika deskriptif dan statistika inferensial!
3. Jelaskan Jenis-jenis sakla dan berikan contohnya masing-masing!
4. Curah hujan rata-rata di kota Bogor yang tercatat selama 30 bulan terakhir adalah 4.6 cm. Pernyataan ini termasuk dalam kategori :
5. Curah hujan rata-rata di kota Bogor yang tercatat selama 30 bulan terakhir adalah 4.6 cm. Berdasarkan pengamatan ini maka diperkirakan pada tahun depan rata-rata curah hujan di Bogor 4.5 – 4.7 cm. Pernyataan ini termasuk dalam kategori :
6. Bagian dari statistika yang berhubungan dengan metode-metode yang berkaitan dengan pengumpulan dan penyajian suatu gugus data sehingga memberikan informasi yang berguna adalah:
7. Bagian dari statistika yang mencakup semua metode yang berhubungan dengan analisis sebagian data untuk kemudian sampai pada peramalan atau penarikan kesimpulan mengenai keseluruhan gugus data induknya adalah:
8. Seorang mahasiswa yang akan menulis PI akan meneliti apakah ada hubungan antara nilai NEM dengan IPK yang diperoleh mahasiswa tingkat 1 jurusan Sistem Informasi. Untuk ini ia mencari datanya melalui BAAK. Data yang diperoleh mahasiswa tersebut termasuk data......

II. Nyatakan apakah pernyataan-pernyataan berikut ini termasuk dalam statistika deskriptif atau inferensia.....

a. Akibat penurunan produksi minyak oleh negara-negara penghasil minyak, maka diramalkan harga minyak akan menjadi dua kali lipat pada tahun yang akan datang.
b. Sekurang-kurangnya 5% dari smua kebakaran yang dilaporkan tahun lalu di sebuah kota tertentu diakibatkan oleh tindakan sengaja orang-orang yang tidak bertanggung jawab.
c. Sebanyak 60% di antara semua pasien yang menerima obat tertentu, ternyata kemudian menderita akibat sampinganya.
d. Dengan mengasumsikan bahwa kerusakan akibat musim dingin yang lalu pada tanaman kopi jenis columbia kurang dari 20%, maka diramalkan kenaikan harganya di akhir tahun nanti tidak akan lebih dari 30 sen per kilogramnya.
e. Salah satu hasil pol pendapat yang dilakukan baru-baru ini adalah bahwa kebanyakan orang Amerika menyetujui didirikannya pusat tenaga nuklir yang baru.

BAB II
Pokok Bahasan : **Pendahuluan II**
(Sampel, Populasi, Notasi Ilmiah)

Deskripsi Singkat :

Bab ini merupakan pengantar dalam mempelajari Statistika. Anda akan dibantu untuk memahami sampel, populasi dan notasi ilmiah.

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan sampel dan populasi
2. menjelaskan symbol dalam sampel dan populasi
3. menjelaskan bentuk umum notasi penjumlahan serta dalil-dalil notasi penjumlahan

2 PENDAHULUAN II

2.1 Populasi dan Sampel

Populasi merupakan keseluruhan pengamatan yang menjadi perhatian kita, baik terhingga maupun tak hingga. Dilambangkan dengan huruf N. Di waktu lampau, istilah ”populasi” mengandung makna pengamatan yang diperoleh dari penelitian statistik yang berhubungan dengan orang banyak. Di masa kini, statistikawan menggunakan istilah itu bagi sembarang pengamatan yang menarik perhatian kita, apakah itu sekelompok orang, binatang, atau benda apa saja.

Banyaknya pengamatan atau anggota suatu populasi disebut ukuran populasi. Seandainya ada 600 siswa di suatu sekolah yang kita golongkan menurut golongan darahnya, maka dikatakan kita mempunyai populasi berukuran 600.

Dalam inferensia statistik kita ingin memperoleh kesimpulan mengenai populasi, meskipun kita tidak mungkin untuk mengamati keseluruhan individu yang menyusun populasi. Misalnya saja, dalam usaha menentukan ketepatan rasa dalam makanan tertentu, sehingga tidak mungkin kita menguji semua makanan yang ingin kita jual. Biaya yang besar lebih sering menjadi faktor penghalang untuk mengamati semua anggota populasi. Oleh karena itu, kita terpaksa menggantungkan pada sebagian anggota populasi untuk membantu kita menarik kesimpulan mengenai populasi tersebut.

Contoh atau Sampel adalah himpunan bagian dari populasi . Dilambangkan dengan huruf n. Kalau kita menginginkan kesimpulan dari sampel atau contoh terhadap populasi menjadi sah, kita harus mendapatkan sampel yang mewakili. Kita sering kali tergoda untuk mengambil anggota populasi yang memudahkan kita. Cara demikian ini dapat membawa kita pada kesimpulan yang salah mengenai populasi. Prosedur pengambilan sampel yang menghasilkan kesimpulan yang konsisten terlalu tinggi atau terlalu rendah mengenai suatu cirri populasi dikatakan berbias. Untuk menghilangkan kemungkinan bias ini, kita perlu mengambil contoh acak sederhana, atau lebih singkat lagi contoh acak atau sampel acak.

Contoh Acak = Sampel Random = Randomized Sample adalah sampel yang diambil dari populasi di mana setiap anggota populasi memiliki peluang yang sama terpilih sebagai anggota sampel.

Cara pengacakan :

(1) Undian,
(2) Tabel Bilangan Acak
(3) Program komputer Tabel Bilangan Acak

Contoh :

Gunakan tabel A.12 untuk mendapatkan sebuah contoh acak sederhana berukuran 7 dari sejumlah 80 tikus untuk digunakan dalam penelitian laju pertumbuhan tumor pada suatu percobaan penelitian kanker.

Jawab : Pertama-tama nomori semua tikus tersebut 01, 02, 03, …, 80 dalam urutan sembarang. Selanjutnya secara sesuka kita atau acak, kita baca tabel A.12 mulai baris 28 kolom 16 dan 17 ke arah bawah.

Jika kita abaikan bilangan-bilangan yang muncul untuk kedua kalinya atau lebih dan semua bilangan yang lebih besar dari 80, maka contoh acak sederhana berukuran 7 kita akan terdiri atas tikus-tikus yang bernomor :

19 48 73 79 26 60 40

Parameter dan Statistik

Parameter : nilai yang menyatakan ciri populasi

Statistik (Statistic) : nilai yang menyatakan ciri sampel

Anda sudah dapat membedakan antara Statistik (tanpa akhiran "a") = Statistic (without "s") dengan Statistika (dengan "a") = Statistics (with "s").

Penulisan lambang-lambang (Notasi) parameter dan statistik juga berbeda.

Perhatikan Tabel berikut ini :

Ciri	Parameter	Statistik
Rata-rata	μ = myu	$\bar{x}$
Standar Deviasi,Simpangan Baku	σ = sigma	S
Ragam, Variance	σ^2	s^2
Proporsi	π	$\bar{p}$ atau $\hat{p}$

2.2 Notasi Penjumlahan

Dalam statistika kita sangat sering menjumlahkan bilangan yang banyak. Misalnya, kita mugnkin akan menghitung harga rata-rata pasta gigi merk tertentu yang dijual di sepuluh took yang berbeda atau mungkin pula kita ingin mengetahui berapa kali sisi muka muncul bila tiga keeping mata uang di lempar beberapa kali.

Dengan menggunakan huruf Yunani $\sum(sigma)$ untuk menyatakan "penjumlahan", kita dapat menuliskan jumlah empat perubahan bobot dengan menggunakan notasi penjumlahan yang dilambangkan dengan $\sum(sigma)$:

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n$$

i : indeks dari 1,2,3,..n:

x_i : data/nilai/pengamatan ke-i

Dalil-1 :

Penjumlahan 2 atau lebih peubah (variabel) = jumlah masing-masing penjumlahannya

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n}(x_i + y_i + z_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i + \sum_{i=1}^{n} z_i}$$

i : indeks, 1,2,3,...n

x_i : nilai ke-i untuk variabel ke-1

y_i : nilai ke-i untuk variabel ke-2

z_i : nilai ke-i untuk variabel ke-3

Dalil-2

Jika c adalah konstanta maka :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} cx_i = c\sum_{i=1}^{n} x_i}$$

Dalil-3

Jika c adalah konstanta maka :

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} c_i = nc}$$

Contoh :

1. Jika diketahui $x_1 = 2$; $x_2 = 4$; $x_3 = 7$; $y_1 = 3$; $y_2 = -1$, maka hitunglah nilai

   a. $\sum_{i=1}^{2}(3x_i - y_i + 4)$

   b. $\sum_{i=2}^{3}(x_i - i)$

Jawab :

a. $\sum_{i=1}^{2}(3x_i - y_i + 4) = \sum_{i=1}^{2} 3x_i - \sum_{i=1}^{2} y_i + \sum_{i=1}^{2} 4$

$= 3\sum_{i=1}^{2} x_i - \sum_{i=1}^{2} y_i + (2)(4)$

= (3)(2+4) – (3-1) + 8

= 24

b. $\sum_{i=2}^{3}(x_i - i)$ = (x_2 - 2) + (x_3 – 3) = 2 + 4 = 6

2. Sederhanakanlah !

$$\sum_{i=1}^{3}\left(x-i\right)^2$$

Jawab :

$$\sum_{i=1}^{3}\left(x-i\right)^2 = \sum_{i=1}^{3}(x^2 - 2xi + i^2)$$

$$= \sum_{i=1}^{3} x^2 - \sum_{i=1}^{3} 2xi + \sum_{i=1}^{3} i^2$$

$$= 3x^2 - 2x\sum_{i=1}^{3} i + \sum_{i=1}^{3} i^2$$

$$= 3x^2 - 2x(1+2+3) + (1+4+9$$

$$= 3x^2 - 12x + 14$$

Soal Evaluasi :

I. Jawablah !

1. The American Automobile Association hendak mengambil sebuah contoh acak 15 dari 730 bengkel servis di jalan-jalan raya antarnegara bagian untuk memperoleh informasi mengenai jam buka bengkel-bengkel tersebut selama musim-musim liburan. Dengan memberi nomor 1 sampai 730 pada semua bengkel servis tersebut, mana saja yang terpilih pada tabel A.12 kita baca mulai baris 16 kolom-kolom ke 13, 14, dan 15 ke arah bawah?
2. Suatu contoh acak 5 pramuka diambil dari 300 pramuka pada suatu jambore untuk duduk menjadi anggota suatu panitia.
   a. Dengan menomori semua pramuka itu dari 1 sampai 300, mana yang akan terpilih menjadi anggota panitia bila kita membaca tabel A.12 mulai baris 42, kolom 3, 4, dan 5 ke arah bawah ?

b. Suatu cara yang lebih efisien untuk memilih contoh tersebut adalah dengan menomori semua pramuka itu dari 1 sampai 300, dan kemudian memberi nomor 001, 301, dan 601 pada pramuka yang pertama, bilangan 002,302, dan 602 kepada pramuka kedua, ..., dan 300, 600, dan 900 pada pramuka terakhir. Ulangi bagian pertanyaan 1 dengan menggunakan pola ini.

II. Hitunglah !

1. Jika $x_1 = 4$; $x_2 = -3$; $x_3 = 6$ dan $x_4 = -1$, hitunglah :

   a. $\sum_{i=1}^{4} x_i^2 (x_i - 3)$

   b. $\sum_{i=2}^{4} (x_i + 1)^2$

   c. $\sum_{i=2}^{3} (x_i + 2) / x_i$

2. Jika $x_1 = -2$; $x_2 = 3$; $x_3 = 1$; $y_1 = 4$; $y_2 = 0$; dan $y_3 = -5$, maka hitunglah :

   a. $\sum x_i y_i^2$

   b. $\sum_{i=2}^{3} (2x_i + y_i - 3)$

   c. $\left(\sum x^2\right)\left(\sum y\right)$

BAB III
Pokok Bahasan : Distribusi Frekuensi

Deskripsi Singkat :

Bab ini menjelaskan distribusi frekuensi dan cara membuatnya.

Tujuan Instruksional Khusus

1. membedakan distribusi frekuensi data yang tidak dikelompokkan dengan data yang dikelompokkan
2. menjelaskan jenis-jenis distribusi frekuensi
3. menggambarkan penyajian data dengan grafik dan dengan tabel
4. menjelaskan penyajian distribusi frekuensi

3 DISTRIBUSI FREKUENSI

Walaupun data telah disusun dari yang terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya, bukan berarti bahwa penyederhanaan data tersebut telah selesai. Jika julamah responden yang diteliti banyak, maka barisan data yang tersusun pun akan panjang. Keadaan ini masih belum membantu peneliti dalam mengamati data tersebut. Agar data tersebut lebih sederhana maka perlu dibuat suatu distribusi frekuensi yaitu mengumpulkan data yang sama dalam satu kelompok.

Distribusi frekuensi ada bermacam-macam, di antaranya :

1. Ditinjau dari nyata tidaknya frekuensi
   a. Distribusi frekuensi absolut

      Yang dimaksud dengan distribusi frekuensi absolut adalah suatu jumlah bilangan yang menyatakan banyaknya data pada suatu kelompok tertentu. Distribusi ini disusun berdasar apa adanya, sehingga tidak menyukarkan peneliti dalam membuat distribusi ini.

   b. Distribusi frekuensi relatif

      Merupakan suatu jumlah persentase yang menyatakan banyaknya data pada suatu kelompok tertentu.

2. Ditinjau dari jenisnya
   a. Distribusi frekuensi numerik

      Adalah distribusi frekuensi yang didasarkan pada data-data kontinu, yaitu data yang berdiri sendiri dan merupakan suatu deret hitung.

   b. Distribusi frekuensi kategorikal

      Distribusi frekuensi yang didasarkan pada data-data yang terkelompok

3. Ditinjau dari kesatuannya
   a. Distribusi frekuensi satuan

      Adalah distribusi frekuensi yang menunjukkan berapa banyak data pada kelompok tertentu. Distribusi numerik maupun relatif menunjukkan distribusi satuan.

   b. Distribusi frekuensi komulatif

      Merupakan distribusi frekuensi yang menunjukkan jumlah frekuensi pada sekelompok nilai tertentu mulai dari kelompok sebelumnya sampai kelompok tersebut atau sebaliknya.

Pada bab ini distribusi frekuensi yang akan kita bahas adalah frekuensi numerik, kategorikal, relatif dan komulatif

3.1 Data yang tidak dikelompokkan (Distribusi Frekuensi Numerik)

Dilakukan jika data yang diamati memiliki kategori yang sedikit walaupun dalam jumlah banyak. Di bawah ini contoh data yang bias langsung dekerjakan

Contoh :

Data_1 : 3 5 8 7 9 5 6 7 8 9

Data di atas hanya berjumlah 10 data sehingga untuk menghitung secara manual masih bisa kita lakukan.

Contoh :

Data_2 : 2 2 2 2 3 3 3 3 4 4 4 5 5 6 6 6 6 7 7 7 7 8 8 8 8 8 8 9 9 9

Data di atas berjumlah 30 data tapi memiliki jenis yang sama sehingga tidak perlu dikelompokkan tapi hanya dibuat table frekuensi biasa :

Tabel 3.1 Frekuensi Absolut

Data	Frekuensi
2	4
3	4
4	3
5	2
6	4
7	4
8	6
9	3

3.2 Data yang dikelompokkan (Distribusi Frekuensi Kategorikal)

Problem awal yang dijumpai peneliti setelah data terkumpul adalah bagaimana membuat data tersebut agar mudah dibaca. Untuk itu peneliti hendaknya melakukan penyederhanaan atau penyusunan data yang masih tidak teratur menjadi data yang teratur. Penyusunan data dilakukan dengan jalan mengurutkan data tersebut dari yang paling kecil ke yang paling besar, atau sebaliknya dari yang paling besar ke yang paling kecil. Namun jika data yang ada mempunyai jenis atau katageri yang banyak maka distribusi frekuensi yang ada akan sangat panjang. Untuk mengatasi masalah ini maka kita menggunakan distribusi frekuensi katagerikal atau bias kita sebut sebagai data yang dikelompokkan secara kategori atau jenis.

Bagian-bagian distribusi frekuensi kategorikal :

- Selang kelas adalah kelompok nilai data
- Batas kelas adalah nilai-nilai yang membatasi kelas satu dengan yang lain
- Limit kelas adalah batas nyata kelas yang tidak memiliki lubang untuk angka tertentu antara kelas yang satu dengan yang lain. Limit kelas ada 2 yaitu limit kelas bawah = batas bawah kelas – 0.5 dan limit kelas atas = batas atas kelas + 0.5
- Titik tengah kelas adalah angka yang tepat terletak ditengah suatu kelas, titik tengah = $\frac{1}{2}$ (batas bawah + batas atas)
- Lebar kelas adalah selisih antara batas bawah kelas selang ke 1 dan batas bawah kelas selang ke 2
- Frekuensi kelas adalah banyaknya data yang termasuk ke dalam kelas tertentu

Tabel 3.2 Distribusi Frekuensi Kategorikal

Selang kelas	Batas kelas	Titik tengah	Frekuensi
1.5 – 1.9	1.45 – 1.95	1.7	6
2.0 – 2.4	1.95 – 2.45	2.2	5
2.5 – 2.9	2.45 – 2.95	2.7	4
3.0 -3.4	2.95 – 3.45	3.2	15
3.5 – 3.9	3.45 – 3.95	3.7	10
4.0 – 4.4	3.95 -4.45	4.2	5
4.5 – 4.9	4.45 – 4.95	4.7	3

Langkah-langkah membuat sebaran frekuensi :

1. Tentukan banyaknya selang kelas yang diperlukan.

   $k = \sqrt{n}$; dimana n = banyak data ; k = banyak selang kelas
2. Tentukan lebar selang kelas atau interfal kelas (i)
3. Tentukan limit bawah kelas bagi selang yang pertama dan kemudian limit bawah bagi selang yang kedua dengan menambahkan lebar kelas
4. Tentukan batas kelas dengan cara : BK = (LBK2 – LAK1)/2
5. Tentukan batas bawah kelas dengan cara : LBK1 – BK, dan batas atas kelas dengan cara : LAK1 + BK
6. Tentukan titik tengah kelas bagi masing-masing selang dengan meratakan limit kelas.
7. tentukan frekuensi bagi maisng-masing kelas
8. Jumlahkan kolom frekuensi dan periksa apakah hasilnya sama dengan banyaknya total pengamatan
9. tentukan frekuensi relatif dengan cara membagi frekuensi kelas dengan frekuensi total

10. frekuensi komulatif adalah frekuensi total semua nilai yang lebih kecil atau lebih besar dari pada batas atas kelas suatu selang kelas tertentu

3.3 Distribusi Frekuensi Relatif

Yang dimaksud dengan distribusi frekuensi relatif adalah suatu jumlah persentase yang menyatakan banyaknya data pada suatu kelompok tertentu. Dalam hal ini pembuat distribusi terlebih dahulu harus dapat menghitung persentase pada masing-masing kelompok skor, atau pada masing-masing bagian. Distribusi akan memberikan informasi yang lebih jelas tentang posisi masing-masing bagian dalam keseluruhan, karena kita dapat melihat perbandingan antara kelompok yang satu dengan kelompok yang lainnya. Walaupun demikian kita masih belum memperoleh gambaran yang jelas tentang penyebab adanya perbedaan tersebut. Hal ini disebabkan karena keterbatasan analisis yang didasarkan pada perhitungan persentase belaka.

Tabel 3.3 Distribusi Frekuensi Relatif

Kelas	Titik Tengah Kelas	Frekuensi	Frekuensi Relatif	Frekuensi Relatif (%)
16-23	19.5	10	10/50 = 1/5 = 0.20	20
24-31	27.5	17	0.34	34
32-39	35.5	7	0.14	14
40-47	43.5	10	0.20	20
48-55	51.5	3	0.06	6
56-63	59.5	3	0.06	6
Σ		50	1	100

Titik Tengah Kelas ke-i = $\frac{\text{Batas Bawah Kelas ke-i + Batas Atas Kelas ke-i}}{2}$

Frekuensi Relatif kelas ke-i = $\frac{\text{Frekuensi kelas ke-i}}{\text{Total Pengamatan (n)}}$

3.4 Distribusi Frekuensi Kumulatif

Yang dimaksud dengan distribusi frekuensi komulatif adalah distribusi frekuensi yang menunjukkan jumlah frekuensi pada sekelompok nilai (tingkat nilai) tertentu mulai dari kelompok sebelumnya sampai kelompok tersebut.

Distribusi frekuensi kumulatif terdiri atas :

a. TDFK kurang dari (<)

b. TDFK lebih dari (>)

Pembentukan TDFK tetap harus memperhatikan prinsip pembentukan TDF (semua data tercakup dan tidak terjadi overlapping)

Tabel 3.4 TDFK KURANG DARI (<)

Kelas	Frekuensi Kumulatif
1. kurang dari 16	0
2. kurang dari 24	10 (0 + 10)
3. kurang dari 32	27 (10 + 17)
4. kurang dari 40	34 (27 + 7)
5. kurang dari 48	44 (34 + 10)
6. kurang dari 56	47 (44 + 3)
7. kurang dari 64	50 (47 + 3)

Banyak kelas dalam TDFK < = Banyak Kelas TDF + 1

Kelas TDFK kurang dari dibentuk dengan menggunakan batas bawah kelas TDF

Kelas terakhir dalam TDFK kurang dari dibentuk dengan batas bawah kelas ke-k+1 pada TDF

Tabel 3.5 TDFK LEBIH DARI (>)

Kelas	Frekuensi Kumulatif
1. lebih dari 15	50
2. lebih dari 23	40 (50 -10)
3. lebih dari 31	23 (40 -17)
4. lebih dari 39	16 (23 -7)
5. lebih dari 47	6 (16 -10)
6. lebih dari 55	3 (6 – 3)
7. lebih dari 63	0 (3 – 3)

Banyak kelas dalam TDFK-lebihdari = Banyak Kelas TDF + 1

Kelas TDFK-lebihdari dibentuk dengan menggunakan batas atas kelas TDF!

Kelas pertama dalam TDFK-lebihdari dibentuk dari Batas Atas kelas ke-0 pada TDF!

3.5 PENYAJIAN DATA

Secara garis besar ada dua cara penyajian data yaitu dengan *tabel* dan *grafik*. Dua cara penyajian data ini saling berkaitan karena pada dasarnya sebelum dibuat grafik data tersebut berupa tabel. Penyajian data berupa grafik lebih komunikatif.

a. Penyajian data dengan tabel

Tabel atau daftar merupakan kumpulan angka yang disusun menurut kategori atau karakteristik data sehingga memudahkan untuk analisis data.

Ada tiga jenis tabel yaitu :

- *Tabel satu arah* atau *satu komponen* adalah tabel yang hanya terdiri atas satu kategori atau karakteristik data. Tabel berikut ini adalah contoh tabel satu arah.

Banyaknya Pegawai Negeri Sipil
Menurut Golongan Tahun 1990

Golongan	Banyaknya (orang)
I	703.827
II	1.917.920
III	309.337
IV	17.574
Jumlah	**2.948.658**

Sumber : BAKN, dlm Statistik Indonesia, 1986

- *Tabel dua arah* atau *dua komponen* adalah tabel yang menunjukkan dua kategori atau dua karakteristik. Tabel berikut ini adalah contoh tabel dua arah.

Jumlah Mahasiswa UPH menurut
Fakultas dan Kewarganegaraan 1995

Fakultas	WNI	WNA	Jumlah
Fak. Ekonomi	1850	40	1890
Fak. Teknologi Industri	1320	10	1330
Fak. Seni Rupa & Design	530	5	535
Fak. Pasca Sarjana	250	10	260
Jumlah	**3950**	**65**	**4015**

Sumber : Data Buatan

- *Tabel tiga arah* atau *tiga komponen* adalah tabel yang menunjukkan tiga kategori atau tiga karakteristik. Contoh tabel berikut ini.

Jumlah Pegawai Menurut Golongan,
Umur dan Pendidikan pada Departeman A
Tahun 2000

Golongan	**Umur (tahun)**		**Pendidikan**	
	25 – 35	**> 35**	**Bukan Sarjana**	**Sajana**
I	400	500	900	0
II	450	520	970	0
III	1200	2750	1850	2100
IV	0	250	0	250
Jumlah	**2.050**	**4020**	**3720**	**2350**

Sumber : Data Buatan

b. Penyajian data dengan grafik/diagram

Penyajian distribusi frekuensi biasanya dalam bentuk grafik. Grafik merupakan gambar-gambar yang menunjukkan data secara visual yang biasanya dibuat berdasarkan nilai pengamatan aslinya ataupun dari tabel-tabel sebelumnya. Keuntungan menggunakan grafik yaitu:

1. Grafik lebih mudah diingat daripada tabel
2. grafik menarik bagi orang-orang tertentu yang tidak menyukai angka dan tabel
3. dapat diperoleh informasi secara visual dan juga dapat digunakan untuk membandingkan secara visual pula

4. dapat menunjukkan perubahan hubungan satu bagian dalam rangka data dengan bagian yang lainnya.

Terdapat beberapa jenis grafik yaitu :

- *Grafik garis (line chart)*

  Grafik garis atau diagram garis dipakai untuk menggambarkan data berkala. Grafik garis dapat berupa grafik garis tunggal maupun grafik garis berganda.
- *Grafik batang / balok (bar chart)*

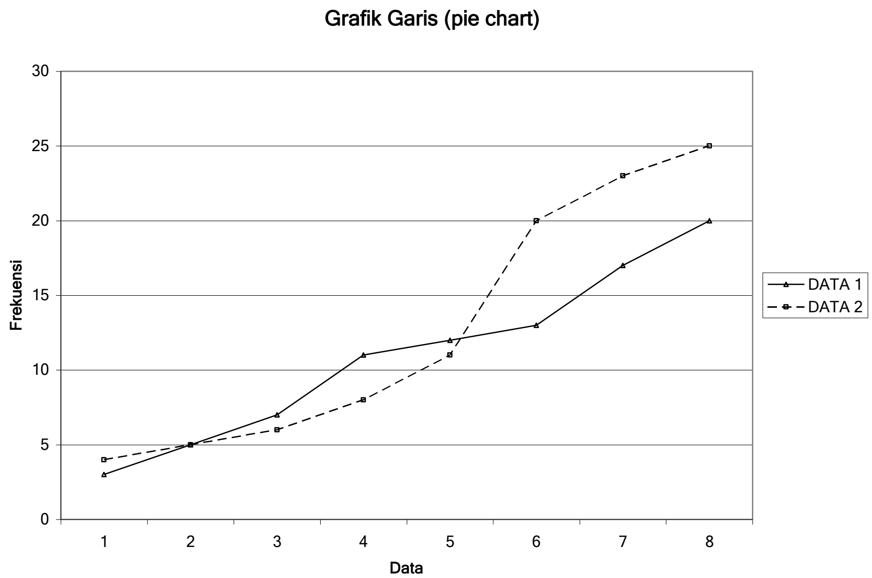
  Grafik batang pada dasarnya sama fugsinya dengan grafik garis yaitu untuk menggambarkan data berkala. Grafik batang juga terdiri dari grafik batang tunggal dan grafik batang ganda.
- *Grafik lingkaran (pie chart)*

  Grafik lingkaran lebih cocok untuk menyajikan data cross section, dimana data tersebut dapat dijadikan bentuk prosentase.
- *Grafik Gambar (pictogram)*

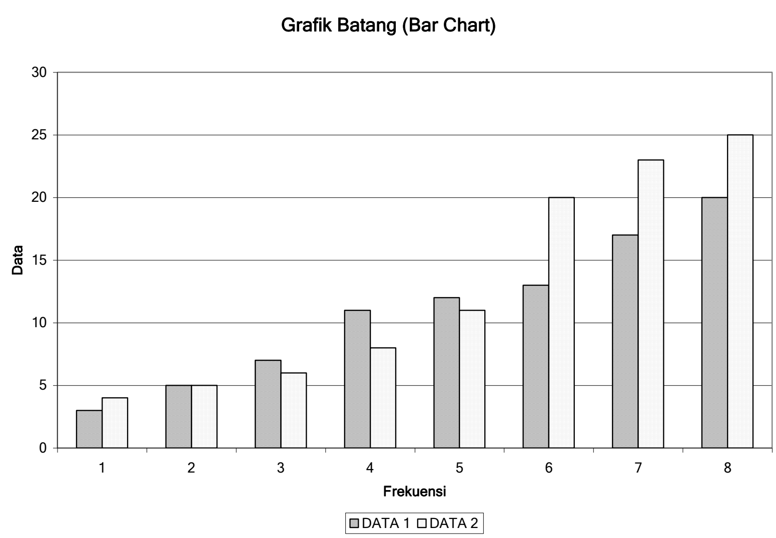
  Grafik ini berupa gambar atau lambang untuk menunjukkan jumlah benda yang dilambangkan.
- *Grafik Berupa Peta (Cartogram).*

  Cartogram adalah grafik yang banyak digunakan oleh BMG untuk menunjukkan peramalan cuaca dibeberapa daerah.

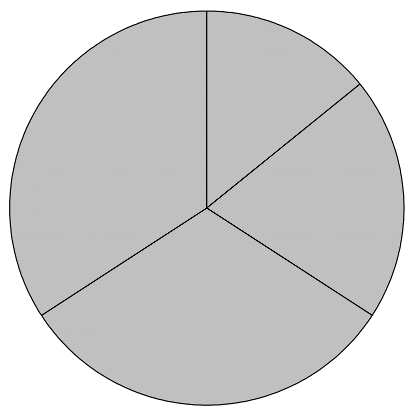
Contoh-contoh grafik :



Gambar 3.1 Grafik Garis



Gambar 3.2 Grafik Batang



Gambar 3.3 Grafik Pie Chart

c. Penyajian Distribusi Frekuensi

Di bawah ini merupakan beberapa bentuk grafik yang akan kita pelajari :

1. Histogram

   Histogram merupakan suatu cara untuk menunjukkan bagaimana nilai-nilai hasil observasi terdistribusi. Bentuk distribusi sangat penting karena akan menentukan metode statistika yang dipergunakan.

2. Poligon

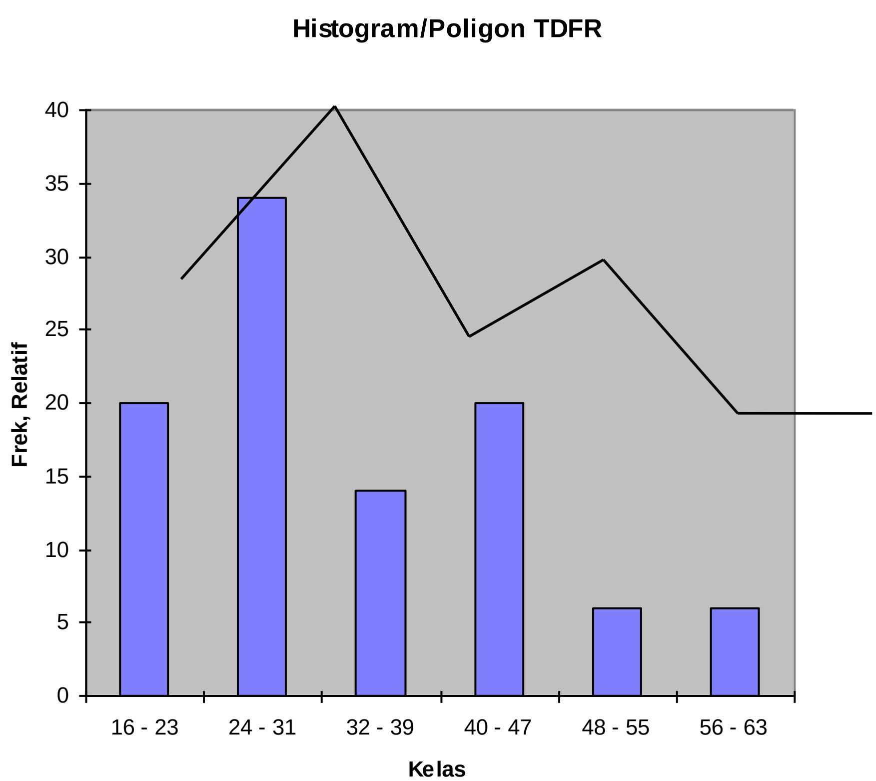
   Poligon frekuensi adalah grafik dari distribusi frekuensi yang diperoleh dengan cara menghubungkan puncak dari masing-masing nilai tengah kelas. Sedangkan sumbu vertikal dipergunakan frekuensi dari kelas yang bersangkutan.

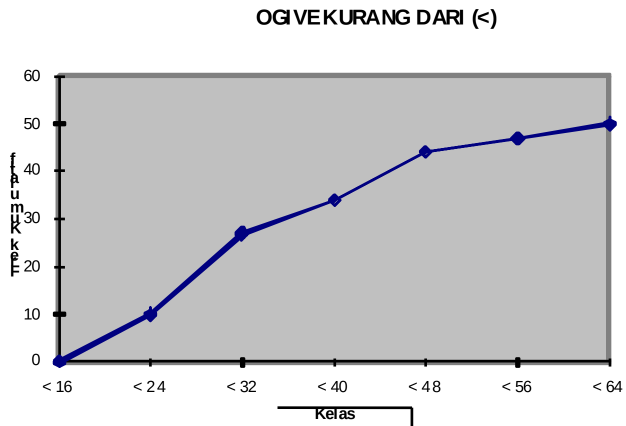
3. Ogiv

   Penyajian secara grafis dari distribusi frekuensi komulatif disebut sebagai ogiv. Pada ogiv yang digunakan sebagai sumbu horisontal adalah batas nyata kelas, sedangkan sumbu vertikal digunakan frekuensi komulatif masing-masing kelas.

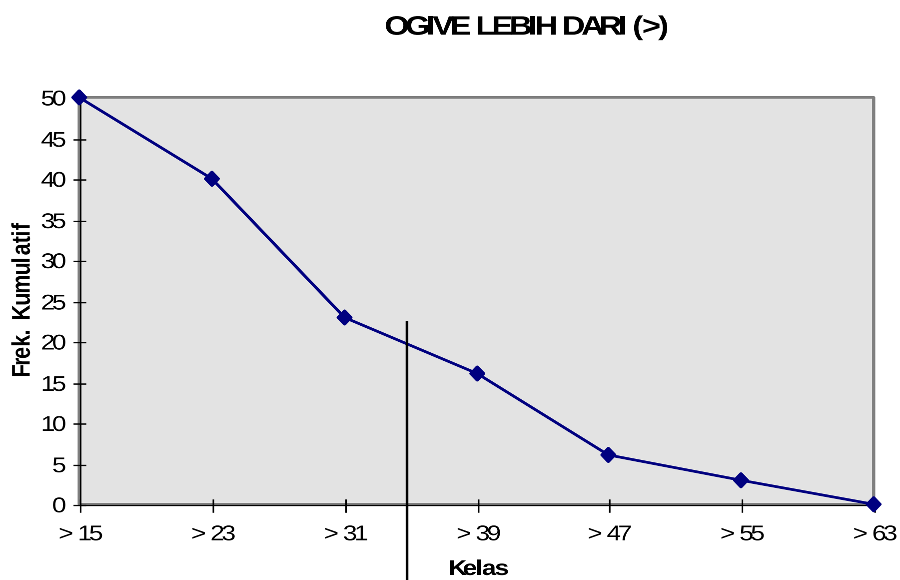
Penyajian Tabel Distribusi Frekuensi dalam Grafik/Diagram

1. TDF → disajikan dalam histogram dan/atau poligon
2. TDFR → disajikan dalam histogram dan/atau poligon
3. TDFK kurang dari → disajikan dalam OGIVE kurang dari
4. TDFK lebih dari → disajikan dalam OGIVE lebih dari





Kurva terbuka ke kanan



Kurva terbuka ke kiri

Soal Evaluasi

1. Data :

5	7	8	9	4	5	6	3	7
6	4	4	6	7	4	8	9	9
5	6	7	6	7	8	3	4	6

   Buatlah table Distribusi Frekuensi numeriknya

2. Data :

2.2	4.1	3.5	4.5	3.2	3.7	3.0	2.6
3.4	1.6	3.1	3.3	3.8	3.1	4.7	3.7
2.5	4.3	3.4	3.6	2.9	3.3	3.9	3.1
3.3	3.1	3.7	4.4	3.2	4.1	1.9	3.4
4.7	3.8	3.2	2.6	3.9	3.0	4.2	3.5

   Buatlah distribusi frekuensi kategorikalnya

3. Jelaskan jenis-jenis distribusi frekuensi!

4. Jelaskan apa yang dimaksud dengan grafik

5. Jelaskan jenis-jenis skala!

BAB IV
Pokok Bahasan : **UKURAN DATA STATISTIK I**
UKURAN PUSAT

Deskripsi Singkat :

Bab ini menjelaskan tentang ukuran pusat :mean, median, modus

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan rumus mean baik data tak kelompok maupun data berkelompok
2. menjelaskan rumus median baik data tak kelompok maupun data berkelompok
3. menjelaskan rumus modus baik data tak kelompok maupun data berkelompok

4 UKURAN DATA STATISTIK I: UKURAN PUSAT

UKURAN NILAI PUSAT

Ukuran pemusatan adalah sembarang ukuran yang menunjukkan pusat segugus data yang telah diurutkan dari yang terkecil sampai yang terbesar atau sebaliknya

4.1 Data yang tidak dikelompokkan

Adalah data yang berdiri sendiri secara numerik berdasarkan data apa adanya.

a. Mean

Merupakan rata-rata data.

$\mu = \frac{\sum x_i}{n}$ atau jika mempunyai data yang sama $\mu = \frac{\sum f_i . x_i}{n}$

$$\boxed{\mu = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}} \quad \text{dan} \quad \boxed{\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}}$$

μ : rata-rata hitung populasi

N : ukuran Populasi

$\bar{x}$: rata-rata hitung sampel

n : ukuran Sampel

xi : data ke-i

Contoh 1 :

Misalkan diketahui Di kota A hanya terdapat 6 PTS, masing-masing tercatat mempunyai banyak mahasiswa sebagai berikut : 850, 1100, 1150, 1250, 750, 900

Berapakah rata-rata banyak mahasiswa PTS di kota A?

Rata-Rata Populasi atau Sampel ?

Jawab:

$$\mu = \frac{6000}{6} = 1000$$

Contoh 2 :

Setiap 12 jam sekali bagian QC pabrik minuman ringan memeriksa 6 kaleng contoh untuk diperiksa kadar gula sintetisnya (%). Berikut adalah data 6 kaleng minuman contoh yang diperiksa :

13.5 12.5 13 12 11.5 12.5

Jawab :

$$\bar{x} = \frac{75}{6} = 12.5\ \%$$

b. Median

Merupakan segugus data yang telah diurutkan dari yang terkecil sampai terbesar atau terbesar sampai terkecil yang tepat ditengah-tengahnya bila pengamatan itu ganjil, atau rata-rata kedua pengamatan yang ditengah bila pengamatannya genap maka:

- Jika banyak data (n) ganjil dan tersortir, maka:

  Median = Data ke $\frac{n+1}{2}$

- Jika banyak data (n) genap dan tersortir, maka:

  Median = [Data ke-$\frac{n}{2}$ + Data ke-($\frac{n}{2}$+1)] : 2

Contoh 1 :

Tinggi Badan 5 mahasiswa :

1.75	1.78	1.60	1.73	1.78 meter

Sorted

1.60	1.73	1.75	1.78	1.78 meter

n = 5 Letak Median = $\frac{5+1}{2}$ = $\frac{6}{2}$ = 3

Median = Data ke-3 = 1.75

Contoh 2 :

Tinggi 6 mahasiswa :

1.60 1.73 1.75 1.78 1.78 1.80 meter (Sorted)

Letak Median $\rightarrow$ $\frac{6+1}{2}$ = $\frac{7}{2}$ = 3.5

Median = (Data ke 3 + Data ke 4) : 2

= (1.75 + 1.78) : 2 = 3.53 : 2

= 1.765

Contoh 3 :

Dari lima kali quiz statistic seorang mahasiswa mendapat nilai 82, 70, 75, 88, dan 90. Tenrukan median nilai ini !

Jawab :

Setelah menyusun dari yang terkecil sampai terbesar, kita memperoleh

70 75 82 88 90

Maka mediannya = 82

c. Modus

Merupakan nilai yang paling sering muncul atau dengan frekuensi yang paling tinggi. Modus tidak selalu ada, ini terjadi jika frekuensi semua data sama. Modus juga dapat lebih dari satu, jika terdapat lebih dari satu frekuensi tertinggi yang sama dan dikatakan sebagai bimodus.

Contoh : Sumbangan PMI warga Depok

Rp. 7500 8000 9000 8000 3000 5000 8000

Modus : Rp. 8000

Bisa terjadi data dengan **beberapa modus** (multi-modus)

Bisa terjadi data **tanpa modus**

Contoh:

a. Berat 5 orang bayi : 3.6 3.5 2.9 3.1 3.0 (**Tidak Ada** Modus)

b. Umur Mahasiswa : 19 18 19 18 23 21 19 21 18 20 22 17

Modus : 18 dan 19

4.2 Data yang dikelompokkan

Adalah data yang mengalami penyederhanaan, yaitu dalam bentuk distribusi frekuensi kategorikal.

a. Mean

Mean atau rata-rata merupakan hasil bagi dari sejumlah skor dengan banyaknya responden. Perhitungan mean merupakan perhitungan yang sederhana karena hanya membutuhkan jumlah skor dan jumlah responden (n). Jika pencaran skor berdistribusi normal, maka rata-rata skor merupakan nilai tengah dari distribusi frekuensi skor tersebut. Rata-rata tidak mempertimbangkan pencaran (variabilitas) skor, sehingga sebelum melakukan interpretasi atas nilai rata-rata perlu melihat variabilitasnya.

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n}$$

dimana : fi = frekuensi kelas ke i
xi = nilai tengah kelas ke i
n = banyaknya observasi

b. Median

Median merupakan skor yang membagi distribusi frekuensi menjadi dua sama besar. Langkah awal menentukan median adalah menyusun data menjadi bentuk tersusun menurut besarnya. Baru kemudian ditentukan nilai tengahnya (skor yang membagi distribusi menjadi dua sama besar). Jika jumlah frekuensi ganjil, maka nementukan median akan mudah yaitu skor yang terletak di tengah-tengah barisan skor. Apabila jumlah frekuensi genap, maka median merupakan rata-rata dari dua skor yang paling dekat dengan median.

1. Tentukan letak median pada suatu kelas
2. Tentukan nilai median

$$Md = BB + \frac{\left({}^{n}\!/_{2} - fk\right)}{fm} \cdot i$$

Dimana:

BB = batas bawah dari kelas yang mengandung median
n = banyaknya data observasi
fk = frek.kumulatif di atas kelas yang berisi median
i = interval kelas

c. Modus

Modus adalah skor yng mempunyai frekuensi terbanyak dalam sekumpulan distribusi skor. Dengan kata lain modus dianggap sebagai nilai yang menunjukkan nilai-nilai yang lain terkonsentrasi. Berikut ini rumus untuk mencari modus :

$$Mo = BB + \frac{d1}{(d1 + d2)} \cdot i$$

Dimana: BB = batas bawah dari kelas yang mengandung median

d1 = selisih frekuensi kelas yang mengandung modus dengan frekuensi sebelumnya
d2 = selisih frekuensi kelas yang mengandung modus dengan frekuensi sesudahnya
fk = frek.kumulatif di atas kelas yang berisi median
i = interval kelas

example :

Kelas	Batas Kelas	Frekuensi	Nilai tengah $(\bar{x})$	$f \cdot \bar{x}$	Fk
60 – 62		1	61	61	1
63 – 65		2	64	128	3
66 – 68		13	67	871	16
69 – 71	68.5 – 71.5	20	70	1400	36
72 – 74		11	73	803	47
75 – 77		3	76	228	50

Mean :

$$\bar{x} = \frac{\sum f_i \cdot x_i}{n} = \frac{3491}{50} = 69.82$$

Median :

Letak median di (n/2) =25

$$Md = BB + \frac{(n/2 - fk)}{fm} \cdot i$$

$$= 68.5 + \frac{(25-16)}{20} \cdot 3$$

$$= 69.85$$

Modus :

$$Mo = BB + \frac{d1}{(d1 + d2)} \cdot i$$

$$= 68.5 + \frac{7}{7+9} \cdot 3$$

$$= 69.81$$

Soal Evaluasi :

1. Banyaknya jawaban yang salah pada suatu quiz dengan soal benar salah dari lima belas siswa yang dipilih secara acak adalah : 2, 1, 3, 0, 1, 3, 6, 0, 3, 3, 5, 2, 1, 4, dan 2. Tentukanlah :
   a. Mediannya
   b. Meannya
   c. Modusnya
2. Lama reaksi terhadap suatu ransangan tertentu dari sembilan individu yang diambil secara acak adalah : 2.5, 3.6, 3.1, 4.3, 2.9, 2.3, 2.6, 4.1, dan 3.4 detik. Tentukan :
   a. Meannya
   b. Modusnya
3. IQ rata-rata sepuluh mahasiswa yang mengambil kuliah matematika adalah 114. Bila sembilan mahasiswa di antaranya memiliki IQ 101, 125, 118, 128, 106, 115, 99, 118, dan 109. Berapa IQ mahasiswa yang satunya lagi ?
4. Dari hasil pengumpulan jawaban benar 60 responden atas soal multiple choise sebanyak 20 item sebagai berikut :

17	12	6	13	9	15	11	16	4	15
12	13	10	13	2	11	13	10	20	14
12	17	10	15	12	17	9	14	11	15
9	18	12	13	12	17	8	16	12	15
11	16	9	13	18	10	13	0	11	16
12	15	16	7	20	14	14	15	12	13

Apabila setiap item diberi skor 1 untuk jawaban benar dan skor 0 untuk jawaban yang salah, maka nilai maksimum yang bisa diperoleh adalah 20 dan nilai minimumnya adalah 0.

a. Buatlah Distribusi frekuensi kategorikal
b. Hitung mean, median, dan modus

5. Data berikut berupa daya tahan sampai mati. Diukur sampai sepersepuluh menit terdekat, dari contoh acak 50 lalat yang disemprot dengan bahan kimia baru dalam suatu percobaan laboratorium :

2.4	1.6	3.2	4.6	0.4	1.8	2.7	1.7	5.3	1.2
0.7	2.9	3.5	0.9	2.1	2.4	.4	3.9	6.3	2.5
3.9	2.6	1.8	3.4	2.3	1.3	2.8	1.1	1.2	2.1
2.8	3.7	3.1	2.3	1.5	2.6	3.5	5.9	2.0	1.2
1.3	2.1	0.3	2.5	4.3	1.8	1.4	2.0	1.9	1.7

Dengan menggunakan 8 selang dengan nilai terendah dimulai dari 0.1. Tentukan:

a. Median

b. Mean

c. Modus

BAB V
Pokok Bahasan : **UKURAN STATISTIK DATA II**
(UKURAN LETAK)

Deskripsi Singkat :

Bab ini menjelaskan tentang ukuran pusat dan ukuran penyebaran

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan rumus-rumus ukuran pusat yaitu mean, median, modus baik data tak kelompok maupun data berkelompok
2. menjelaskan rumus-rumus ukuran penyebaran yaitu varian, standar deviasi, koefisien varian, dalil chebyshef, dan ZSkor

5 UKURAN STATISTIK DATA II : UKURAN LETAK

UKURAN LETAK

Individu skor atau nilai X disebut dengan *raw score. Raw Score* tidak dapat memberi informasi yang banyak, untuk itu perlu suatu perhitungan yang akan bermanfaat dalam menginterpretasikan skor yang terkumpul. Suatu contoh Nilai Praktek Lapangan mahasiswa A adalah 70, dalam hal ini si A tidak dapat mengatakan apa-apa tentang nilainya kecuali hanya menyebutkan besarnya nilai. Untuk mengevaluasi skor tersebut perlu banyak informasi seperti rata-rata kelas atau berapa banyak teman-temannya yang memperoleh nilai di bawahnya, sama dengannya, maupun di atasnya.

Frekuensi distribusi dapat dikelompok-kelompokkan menjadi beberapa bagian yang sama besar, pengelompokkan tersebut dapat dilakukan dengan : *Quartile*, *Decile*, dan *Precentile*.

5.1 Kuartil

Kuartil adalah nilai yang membagi gugus data yang telah tersortir (*ascending*)
menjadi 4 bagian yang sama besar.

Letak Kuartil ke-1 $= \frac{n}{4}$

Letak Kuartil ke-2 $= \frac{2n}{4} = \frac{n}{2}$ $\rightarrow$ Letak Median

Letak Kuartil ke-3 = $\frac{3n}{4}$

Dimana :

n : banyak data

Kelas Kuartil ke-q : Kelas di mana Kuartil ke-q berada

Kelas Kuartil ke-q didapatkan dengan membandingkan Letak Kuartil ke-q dengan Frekuensi Kumulatif

$$\boxed{\text{Kuartil ke-q} = \text{TBB Kelas Kuartil ke-q} + i \left(\frac{s}{f_Q}\right)}$$

atau

$$\boxed{\text{Kuartil ke-q} = \text{TBA Kelas Kuartil ke-q} - i \left(\frac{s'}{f_Q}\right)}$$

q : 1,2 dan 3

di mana :

TBB : Tepi Batas Bawah

s : selisih antara Letak Kuartil ke-q dengan ***Frekuensi Kumulatif sebelum*** kelas Kuartil ke-q

TBA : Tepi Batas Atas

s' : selisih antara Letak Kuartil ke-q dengan ***Frekuensi Kumulatif sampai*** kelas Kuartil ke-q

i : interval kelas

f_Q : Frekuensi kelas Kuartil ke-q

Contoh : Tentukan Kuartil ke-3

Kelas	Frekuensi	Frek. Kumulatif
16 – 23	10	10
24 – 31	17	27
32 – 39	7	34
40 – 47	10	44
48 – 55	3	47
56 - 63	3	50
Σ	50	----

Kelas Kuartil ke-3

interval = i = 8

Letak Kuartil ke-3 = $\frac{3n}{4}$ = $\frac{3 \times 50}{4}$ = 37.5

Kuartil ke-3 = Data ke-37.5 terletak di kelas 40 - 47

$\therefore$ Kelas Kuartil ke-3 = 40 - 47

TBB Kelas Kuartil ke-3 = 39.5 dan

TBA Kelas Kuartil ke-3 = 47.5

f_Q = 10

Frek. Kumulatif sebelum Kelas Kuartil ke-3 = 34 $\rightarrow$ s = 37.5 - 34 = 3.5

Frek. Kumulatif sampai Kelas Kuartil ke-3 = 44 $\rightarrow$ s' = 44 - 37.5 = 6.5

Kuartil ke-3 = TBB Kelas Kuartil ke-3 + i $\left(\frac{s}{f_Q}\right)$

= $39.5 + 8\left(\frac{3.5}{10}\right)$ = 39.5 + 8 (0.35)

= 39.5 + 2.8 = 42.3

Kuartil ke-3 = TBA Kelas Kuartil ke-3 - i $\left(\frac{s'}{f_Q}\right)$

= $47.5 - 8\left(\frac{6.5}{10}\right)$ = 47.5 - 8 (0.65)

= 47.5 - 5.2 = 42.3

5.2 **Desil**

Desil adalah nilai yang membagi gugus data yang telah tersortir (*ascending*) menjadi 10 bagian yang sama besar

Letak Desil ke-1 = $\frac{n}{10}$

Letak Desil ke-5 = $\frac{5n}{10} = \frac{n}{2}$ $\rightarrow$ Letak Median

Letak Desil ke-9 = $\frac{9n}{10}$ n : banyak data

Kelas Desil ke-d : Kelas di mana Desil ke-d berada

Kelas Desil ke-d didapatkan dengan membandingkan Letak Desil ke-d dengan Frekuensi Kumulatif

Desil ke-d = TBB Kelas Desil ke-d + i $\left(\frac{s}{f_D}\right)$

atau

Desil ke-d = TBA Kelas Desil ke-q - i $\left(\frac{s'}{f_D}\right)$

d : 1,2,3...9

di mana : TBB : Tepi Batas Bawah

s : selisih antara Letak Desil ke-d dengan ***Frekuensi Kumulatif sebelum*** kelas Desil ke-d

TBA : Tepi Batas Atas

s' : selisih antara Letak Desil ke-d dengan ***Frekuensi Kumulatif sampai*** kelas Desil ke-d

i : interval kelas

f_D : Frekuensi kelas Desil ke-d

Contoh: Tentukan Desil ke-9

Kelas	Frekuensi	Frek. Kumulatif
16 – 23	10	10
24 – 31	17	27
32 – 39	7	34
40 – 47	10	44
48 – 55	3	47
56 - 63	3	50
Σ	50	----

Kelas Desil ke-9

interval = i = 8

Letak Desil ke-9 = $\frac{9n}{10}$ = $\frac{9 \times 50}{10}$ = 45

Desil ke-9 = Data ke-45 terletak di kelas 48 - 55

$\therefore$Kelas Desil ke-9 = 48 - 55

TBB Kelas Desil ke-9 = 47.5 dan TBA Kelas Desil ke-9 = 55.5

f_D = 3

Frek. Kumulatif sebelum Kelas Desil ke-9 = 44 $\rightarrow$s = 45 - 44 = 1

Frek. Kumulatif sampai Kelas Desil ke-9 = 47 $\rightarrow$s' = 47 - 45 = 2

Desil ke-9 = TBB Kelas Desil ke-9 + i $\left(\frac{s}{f_D}\right)$

= 47.5 + 8 $\left(\frac{1}{3}\right)$ = 47.5 + 8 (0.333...)

= 47.5 + 2.66... = 50.166...

5.3 **Persentil**

Persentil adalah nilai yang membagi gugus data yang telah tersortir (*ascending*) menjadi 100 bagian yang sama besar

Letak Persentil ke-1 = $\frac{n}{100}$

Letak Persentil ke-50 = $\frac{50n}{100}$ = $\frac{n}{2}$ $\rightarrow$ Letak Median

Letak Persentil ke-99 = $\frac{99n}{10}$ n : banyak data

Kelas Persentil ke-p : Kelas di mana Persentil ke-p berada

Kelas Persentil ke-p didapatkan dengan membandingkan Letak Persentil ke-p dengan Frekuensi Kumulatif

Persentil ke-p = TBB Kelas Persentil ke-p + i $\left(\frac{s}{f_P}\right)$

Atau

Persentil ke-p = TBA Kelas Persentil ke-p - i $\left(\frac{s'}{f_P}\right)$

p : 1,2,3...99

di mana : TBB : Tepi Batas Bawah

s : selisih antara Letak Persentil ke-p dengan ***Frekuensi Kumulatif sebelum*** kelas Persentil ke-p

TBA : Tepi Batas Atas

s' : selisih antara Letak Persentil ke-p dengan ***Frekuensi Kumulatif sampai*** kelas Persentil ke-p

i : interval kelas

f_P : Frekuensi kelas Persentil ke-p

Contoh : Tentukan Persentil ke-56

Kelas	Frekuensi	Frek. Kumulatif
16 – 23	10	10
24 – 31	17	27
32 – 39	7	34
40 – 47	10	44
48 – 55	3	47
56 - 63	3	50
Σ	50	----

Kelas Persentil ke-56

interval = i = 8

Letak Persentil ke-56 = $\frac{56n}{100}$ = $\frac{56 \times 50}{100}$ = 28

Persentil ke-56 = Data ke-28 terletak di kelas 32 - 39

$\therefore$ Kelas Persentil ke-56 = 32 - 39

TBB Kelas Persentil ke-56 = 31.5 dan

TBA Kelas Persentil ke-56 = 39.5

f_P = 7

Frek. Kumulatif sebelum Kelas Persentil ke-56 = 27 $\rightarrow$

s = 28 - 27 = 1

Frek. Kumulatif sampai Kelas Persentil ke-56 = 34 $\rightarrow$

s' = 34 - 28 = 6

Persentil ke-26 = TBB Kelas Persentil ke-56 + i $\left(\frac{s}{f_P}\right)$

= 31.5 + 8 $\left(\frac{1}{7}\right)$ = 31.5 + 8 (0.142...)

= 31.5 + 1.142.. = 32.642...

SOAL EVALUASI

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan Quartile, Decile, dan Precentile ?
2. Apa kegunaan Quartile, Decile, dan Precentile dalam analisis Statistik ?
3. Dari hasil pengumpulan jawaban benar 60 responden atas soal multiple choise sebanyak 20 item sebagai berikut :

17	12	6	13	9	15	11	16	4	15
12	13	10	13	2	11	13	10	20	14
12	17	10	15	12	17	9	14	11	15
9	18	12	13	12	17	8	16	12	15
11	16	9	13	18	10	13	0	11	16
12	15	16	7	20	14	14	15	12	13

Apabila setiap item diberi skor 1 untuk jawaban benar dan skor 0 untuk jawaban yang salah, maka nilai maksimum yang bisa diperoleh adalah 20 dan nilai minimumnya adalah 0.

   a. Buatlah Distribusi frekuensi kategorikal (Pada soal modul 4)
   b. Cari nilai Quartil, D2, D7, P23, dan P66

4. Data berikut berupa daya tahan sampai mati. Diukur sampai sepersepuluh menit terdekat, dari contoh acak 50 lalat yang disemprot dengan bahan kimia baru dalam suatu percobaan laboratorium :

2.4	1.6	3.2	4.6	0.4	1.8	2.7	1.7	5.3	1.2
0.7	2.9	3.5	0.9	2.1	2.4	.4	3.9	6.3	2.5

3.9	2.6	1.8	3.4	2.3	1.3	2.8	1.1	1.2	2.1
2.8	3.7	3.1	2.3	1.5	2.6	3.5	5.9	2.0	1.2
1.3	2.1	0.3	2.5	4.3	1.8	1.4	2.0	1.9	1.7

a. Buatlah Distribusi frekuensi kategorikal (Pada soal modul 4)
b. Cari nilai Quartil, D3, D6, P27, dan P86

BAB VI
Pokok Bahasan : UKURAN DATA STATISTIK III
UKURAN VARIAN

Deskripsi Singkat :
Bab ini menjelaskan tentang ukuran varian

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan rumus-rumus ukuran penyebaran yaitu varian, standar deviasi, koefisien varian, dalil chebyshef, dan ZSkor

6 UKURAN DATA STATISTIK III: UKURAN VARIAN

6.1 Ukuran Penyebaran

a. Ragam dan Simpangan Baku untuk Data tidak Dikelompokkan

- Simpangan baku, paling sering digunakan untuk mengukur penyebaran. Nilai simpangan baku menunjukkan seberapa dekat nilai-nilai suatu data dengan nilai rata-rata.
- Nilai simpangan baku yang kecil → data menyebar dalam range lebih kecil mendekati nilai rata-rata mean, dan begitu sebaliknya.
- Nilai simpangan baku diperoleh dari akar kuadrat nilai ragam (varians)
- Ragam dari suatu data populasi dinotasikan sebagai σ2, sedangkan untuk data sampel dinotasikan sebagai s2.
- Simpangan baku σ (untuk data populasi), dan simpangan baku s (untuk data sampel)

POPULASI :

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \mu)^2}{\mathrm{N}}$$

atau

$$\sigma^2 = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i^{\ 2} - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}{N^2}$$

dan

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

SAMPEL :

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$ atau $$\boxed{s^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n(n-1)}}$$

dan $\boxed{s = \sqrt{s^2}}$

x_i : data ke-i

μ : rata-rata populasi — $\bar{x}$: rata-rata sampel

σ^2: ragam populasi — s^2: ragam sampel

σ : simpangan baku populasi — s : simpangan baku sampel

N : ukuran populasi — n : ukuran sampel

Contoh :

Data Usia 5 mahasiswa : 18 19 20 21 22 tahun

a. Hitunglah μ, σ^2 dan σ (anggap data sebagai data populasi)

b. Hitunglah $\bar{x}$, s^2 dan s (data adalah data sampel)

Jawab :

	x_i	μ atau $\bar{x}$	(x_i -μ) atau (x_i - $\bar{x}$)	(x_i -μ)² atau (x_i - $\bar{x}$)²	x_i^2
	18	20	-2	4	324
	19	20	-1	1	361
	20	20	0	0	400
	21	20	1	1	441
	22	20	2	4	484
Σ	100	------	-------	10	2010

POPULASI :

N = 5 $\mu = \frac{100}{5}$ = 20

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{\mathrm{N}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$\sigma^2 = \frac{N\sum_{i=1}^{N} x_i^2 - (\sum_{i=1}^{N} x_i)^2}{N^2} = \frac{(5 \times 2010) - 100^2}{5^2} = \frac{10050 - 10000}{25} = \frac{50}{25} = 2$$

$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{2}$ = 1.414...

SAMPEL :

n = 5 $\bar{x} = \frac{100}{5}$ = 2

$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}$ = $\frac{10}{4}$ = 2.5

$s^2 = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i^{\,2} - (\sum_{i=1}^{n} x_i)^2}{n(n-1)}$ = $\frac{(5\times 2010)-100^2}{5\times 4} = \frac{10050-10000}{20} = \frac{50}{20}$ = 2.5

$s = \sqrt{s^2}$ = $\sqrt{2.5}$ =1.581...

b. Ragam dan Simpangan Baku untuk Data yang Dikelompokkan

POPULASI :

$$\boxed{\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times (x_i - \mu)^2}{\mathrm{N}}}$$ dan $$\boxed{\sigma = \sqrt{\sigma^2}}$$

SAMPEL :

$$\boxed{s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$ dan $$\boxed{s = \sqrt{s^2}}$$

Dimana :

x_i :	Titik Tengah Kelas ke-i	f_i :	frekuensi kelas ke-i
k :	banyak kelas		
μ :	rata-rata populasi	$\bar{x}$:	rata-rata sampel
σ^2:	ragam populasi	s^2:	ragam sampel
σ :	simpangan baku populasi	s :	simpangan baku sampel
N :	ukuran populasi	n :	ukuran sampel

Contoh :

Rata -Rata (μ atau $\bar{x}$) = $\frac{1679}{50}$ = 33.58

Kelas	TTK x_i	Frek. f_i	$f_i\ x_i$	μ atau $\bar{x}$	(x_i-μ) atau (x_i-$\bar{x}$)	(x_i-μ)² atau (x_i-$\bar{x}$)²	f_i (x_i-μ)² atau f_i (x_i-$\bar{x}$)²
16 –23	19.5	10	195	33.58	-14.08	198.2464	1982.464
24 –31	27.5	17	467.5	33.58	-6.08	36.9664	628.4288
32 –39	35.5	7	248.5	33.58	1.92	3.6864	25.8048
40 –47	43.5	10	435	33.58	9.92	98.4064	984.0640
48 –55	51.5	3	154.5	33.58	17.92	321.1264	963.3792
56 - 63	59.5	3	178.5	33.58	25.92	671.8464	2015.5392
Σ	-----	50	1679	----	----------	-----------	6599.68

POPULASI : N = 50

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times (x_i - \mu)^2}{\text{N}} = \frac{6599.68}{50} = 131.9936$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{131.9936} = 11.4888....$$

SAMPEL :

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} f_i \times (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = \frac{6599.68}{49} = 134.6873....$$

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{134.6873...} = 11.6054....$$

c. Koefisien Ragam

Koefisien Ragam = Koefisien Varians

Semakin besar nilai Koefisien Ragam maka data semakin bervariasi, keragamannya data makin tinggi.

Untuk Populasi → Koefisien Ragam = $\frac{\sigma}{\mu} \times 100\%$

Untuk Sampel → Koefisien Ragam = $\frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$

Contoh :

$\bar{x}$ = 33.58 s = 11.6054

Koefisien Ragam = $\frac{s}{\bar{x}} \times 100\%$ = $\frac{11.6054}{33.58} \times 100\%$ = 34.56 %

d. Dalil Chebyshev

Ahli matematika Rusia, P.L. Chebyshev menurunkan dalil :

Sedikitnya $1-\frac{1}{k^2}$ bagian data terletak di dalam k simpangan baku dari nilai tengahnya.

Interval sampel dihitung menggunakan persamaan $\bar{x} \pm ks$

<u>Contoh</u>:

Dari 1080 mahasiswa suatu perguruan tinggi didapat nilai IQ rata-rata = 120 dengan simpangan baku 8.

(a) Tentukan interval IQ untuk sedikitnya 810 dari mahasiswa tersebut, gunakan dalil Chebyshev.

(b) Simpulkan mengenai nilai IQ untuk seluruh mahasiswa.

<u>Jawab</u>:

(a) 810 mahasiswa dari 1080 $= \frac{810}{1080} = \frac{3}{4}$ bagian. Berdasarkan Chebyshev $1-\frac{1}{k^2} = \frac{3}{4}$.

Didapat, k = 2. Interval nilai IQ adalah Xr ± 2s = 120 ± (2) (8) = 120 ± 16. Atau, nilai interval IQ itu adalah dari 120 + 16 = 136 sampai dengan 120 – 16 = 104.

(b) Jadi, disimpulkan sedikitnya 810 mahasiswa tersebut memiliki IQ antara 104 sampai 136.

e. Angka Baku (z-score)

Z score merupakan perbedaan antara raw score(skor asli) dan rata-rata dengan menggunakan unit-unit simpangan baku untuk mengukur perbedaan. Z skor mempunyai dua bagian : (a) tanda (bisa positif atau negatif), (b) nilai numerik. Kondisi di atas rata-rata diberi tanda positif dan kondisi di bawah rata-rata diberi tanda negatif. Nilai numerik Z skor diperoleh dari perbedaan antara nilai asli dengan rata-ratanya dibagi dengan simpangan baku.

- Angka baku adalah ukuran penyimpangan data dari rata-rata populasi .
- z dapat bernilai nol (0), positif (+) atau negatif (-)
- z nol $\rightarrow$ data bernilai sama dengan rata-rata populasi
- z positif $\rightarrow$ data bernilai di atas rata-rata populasi
- z negatif $\rightarrow$ data bernilai di bawah rata-rata populasi

$$\boxed{z = \frac{x - \mu}{\sigma}}$$

z : Angka baku　　　　x : nilai data

μ: rata-rata populasi　　　　σ : simpangan baku populasi

Contoh :

Rata-rata kecepatan lari atlet nasional = 20 km/jam dengan simpangan baku = 2.5 km

Hitung angka baku untuk kecepatan lari :

a. Ali = 25 km/jam　　　　b. Didi = 18 km/jam

Jawab : a. $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{25-20}{2.5} = \frac{5}{2.5} = 2$

b. $z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{18-20}{2.5} = \frac{-2}{2.5} = -0.8$

SOAL EVALUASI

1. Didapat data sbb.: 4, 9, 0, 1, 3, 24, 12, 3, 30, 12, 7, 13, 18, 4, 5, dan 15. Hitung simpangan bakunya.

2. Nilai IP rata-rata 20 mahasiswa tingkat akhir yang diambil secara acak adalah

   3,2 1,9 2,7 2,4 2,8 2,9 3,8

   3,0 2,5 3,3 1,8 2,5 3,7 2,8

   2,0 3,2 2,3 2,1 2,5 1,9

   Hitung simpangan bakunya

3. Benarkah varians bagi sampel 4, 9, 3, 6, 4, dan 7 adalah 5,1? Berdasarkan hasil itu, hitunglah varians bagi data sampel acak: a. 12, 27, 9, 18, 12, dan 21 dan b. 9, 14, 8, 11, 9, dan 12

4. Hitunglah simpangan rata-rata untuk sampel 2, 3, 5, 7, dan 8

5. Bila sebaran IQ semua mahasiswa Unila bernilai rata-rata Xr = 123 dengan simpangan baku s = 0,9, gunakan dalil Chebyshev untuk menentukan interval yang mengandung

   a. sedikitnya 3/4 dari seluruh IQ itu.

   b. tidak lebih dari 1/9 dari seluruh IQ itu

6. Sebuah mesin penyeduh kopi rata-rata memerlukan 5,8 menit menye-duh segelas kopi dengan simpang-an baku 0,6 menit. Menurut dalil Chebyshev, tentukan persentase bahwa lama menyeduh segelas kopi terletak antara:
   a. 4,6 menit s.d. 7,0 menit
   b. 3,4 menit s.d. 8,2 menit
7. Penelitian kadar nikotin rokok merk A menunjukkan bahwa rata-rata sebatang rokok mengandung 1,52 miligram nikotin dengan sim-pangan baku 0,07 miligram. Menu-rut dalil Chebyshev, antara kan-dungan berapa sampai berapa mencakup sekurang-kurangnya:
   a. 24/25 dari seluruh rokok itu?
   b. 48/49 dari seluruh rokok itu?
8. Seorang salesman suatu hari mendapat laba Rp. 2.450.000 dari sebuah mobil merek A, padahal jenis itu keuntungan rata-rata para salesman adalah Rp.2.000.000 dengan simpangan baku Rp. 500.000. Pada hari yang sama, ia memperoleh keuntungan lagi Rp. 6.200.000 untuk sebuah mobil mewah, yang keuntungan rata-rata para salesman Rp. 5.000.000 dengan simpangan baku Rp. 1.500.000. Untuk jenis mobil mana keuntungan relatif salesman tersebut lebih tinggi?

BAB VII
Pokok Bahasan : Probabilitas I

Deskripsi Singkat :

Bab ini memberi penjelasan tentang probabilitas, pencacahan sampel

Tujuan Instruksional Khusus

1. Menjelaskan pengertian probabilitas
2. Membedakan percobaan, hasil, dan ruang sampel
3. menjelaskan pengertian dan rumus permutasi
4. menjelaskan pengertian dan rumus kombinasi
5. mejelaskan kasus yang termasuk dalam permutasi dan kombinasi

7 PROBABILITAS I

7.1 Pengertian probalilitas

- Rasio antara banyaknya cara suatu peristiwa tertentu dapat terjadi dengan jumlah total peristiwa yang sama untuk terjadi.
- Probabilitas terjadinya peristiwa A, dinyatakan dengan lambang *P(A)* dapat didefinisikan sebagai proporsi banyaknya peristiwa A terjadi pada sejumlah besar percobaan berulang dengan kondisi yang identik

$$P(A) = \frac{N(A)}{N(S)}$$

Dimana :

N (*A*) : banyak peristiwa *A* terjadi

N (*S*) : banyaknya pengulangan percobaan

Contoh:

Pada pelontaran koin (mata uang logam) yang setimbang, ada 2 kemungkinan hasil akhir (*outcome*), M (muka) atau B (belakang), maka probabilitas untuk memperoleh hasil akhir M pada 1 kali pelontaran adalah:

P (M) = 1/2 = 0.5

Probabilitas untuk memperoleh hasil-akhir B adalah:

P (B) = 1/2 = 0.5

Secara matematis, probabilitas adalah suatu proporsi, sehingga sifat dasar probabilitas dapat dinyatakan sebagai berikut:

$0 \leq P\ (A) \leq 1$

7.2 Percobaan, Hasil, dan Ruang Sampel

- Suatu **percobaan** adalah suatu proses yang dibentuk dari sejumlah observasi. Nilai-nilai observasi disebut '**hasil percobaan'** (**outcomes**). Kumpulan dari seluruh hasil percobaan disebut '**ruang sampel'**
- Suatu ruang sampel dinotasikan sebagai ***S***, dimana elemen dari ruang sampel disebut '**titik sampel**'

Percobaan	Hasil	Ruang Sampel
Memilih seorang siswa	Pria, Wanita	S = {Pria, Wanita}
Menjalani ujian	Lulus, Gagal	S = {Lulus, Gagal}
Melempar koin 1x	Gambar (G), Angka (A)	S = {G, A }
Melempar koin 2 x	GG, GA, AG, AA	S = {GG, GA, AG, AA }
Melempar dadu 1 x	1, 2, 3, 4, 5, 6	S = {1, 2, 3, 4, 5, 6}

- Ruang sampel untuk suatu percobaan dapat dijelaskan dengan menggunakan 'diagram venn' atau ' diagram pohon'.

Ilustrasi :

Diagram venn dan diagram pohon untuk percobaan pelemparan dadu

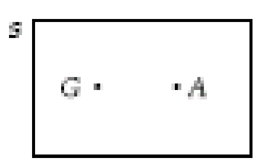


Diagram Venn

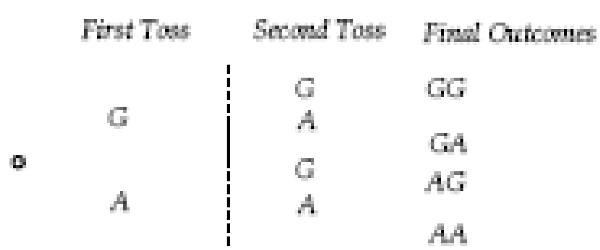


Diagram Pohon

7.2.1 Kejadian

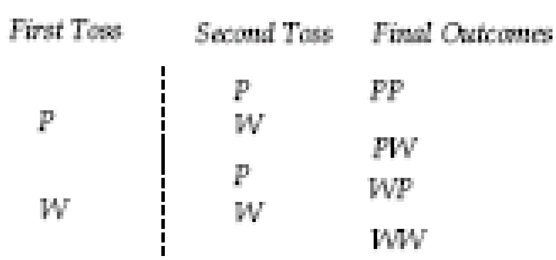
- **Kejadian** adalah kumpulan yang terdiri satu atau lebih hasil sebuah percobaan dan merupakan himpunan bagian dari ruang contoh. Bisa berupa 'kejadian sederhana' atau 'kejadian majemuk'
- **Kejadian sederhana** : kejadian yang dinyatakan sebagai himpunan yang hanya terdiri dari *satu titik sampel* (dinotasikan dengan *Ei*)
- **Kejadian majemuk**: kejadian yang dinyatakan sebagai gabungan beberapa kejadian sederhana (dinotasikan dengan *A, B, C …*dst, dimana *A = A1, A2, A3*….dst)

7.2.2 Probabilitas Kejadian

- Untuk menghitung peluang kejadian A, kita menjumlahkan peluang semua titik sampel yang menyusun kejadian A → dinotasikan sebagai P(A)
- Peluang himpunan ∅ = 0, peluang S = 1, dan 0 ≤ P(A) ≤ 1

Ilustrasi :

Anggap kita memilih 2 orang dari anggota suatu kelompok dimana ketegori
pilihan adalah pria (p) atau wanita (w)



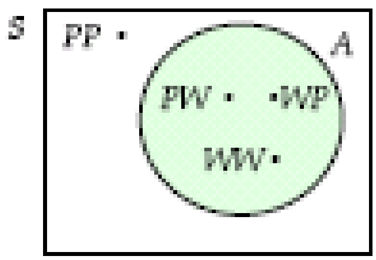
Dari diagram pohon diperoleh bahwa terdapat 4 hasil akhir :
PP, PW, WP, WW sehingga S = {PP, PW, WP, WW}

Masing-masing hasil (PP, PW, WP, WW) disebut ‘kejadian sederhana’, dimana E1=PP; E2= PW; E3= WP; dan E4= WW

Kemudian, jika A merupakan kejadian dimana paling banyak ada 1 pria yang terpilih maka kejadian A :

A = {PW, WP, WW};

→ ‘kejadian majemuk’



Contoh :

Pada pelontaran sebuah dadu yang setimbang, ada 6 kemungkinan hasil-akhir,

yaitu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6:

P (1) = P (2) = P (3) = P (4) = P (5) = P (6) =1/6

Probabilitas untuk memperoleh hasil-akhir genap adalah:

P (genap) = P (2) + P (4) + P (6)

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = 0.5$$

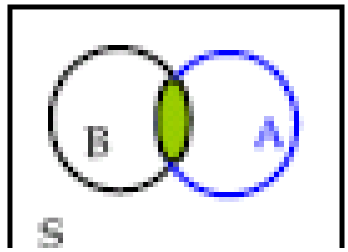
7.3 Pengolahan Terhadap Kejadian

Yaitu pengolahan kejadian yang menghasilkan kejadian baru, yaitu meliputi irisan, gabungan, dan komplemen.

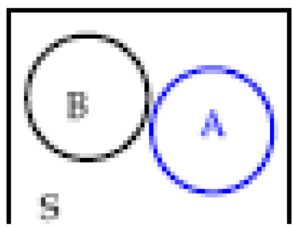
Anggap A dan B merupakan 2 kejadian dalam sebuah ruang sampel :

- **Irisan / Interseksi** A dan B dinotasikan sbg A ∩ B, adalah kejadian yang mengandung semua unsur persekutuan kejadian A dan B

  $A \cap B = \{x|x \in A \text{ dan } x \in B\}$



- Kejadian A dan B dikatakan '**saling terpisah**' bilaA ∩ B = ∅; artinya A dan B tidak memiliki persekutuan



- **Paduan / gabungan / union** 2 kejadian A dan B, dinotasikan sbg A Є B, adalah kejadian yang mencakup semua unsur anggota A atau anggota B atau keduanya

  A Є B = {x|x Є A atau x Є B}
- **Komplemen** suatu kejadian A relatif terhadap S adalah himpunan semua anggota S yang bukan anggota A, dinotasikan dengan A' (komplemen A)

  Anggota A' didefinisikan sebagai : $A' = \{x|x \in S \text{ dan } x \notin A\}$

Dalil-dalil :

1. $A \cap \varnothing = \varnothing$
2. $A \cup \varnothing = A$
3. $A \cap A' = \varnothing$
4. $A \cup A' = S$
5. $S' = \varnothing$
6. $\varnothing' = S$
7. $(A')' = A$

7.4 Pencacahan Titik Contoh

Sub bab ini adalah mengenai perhitungan banyaknya anggota ruang contoh.

7.4.1 Kaidah Penggandaan

Kaidah Penggandaan:

Jika operasi ke-1 dapat dilakukan dalam n1 cara
operasi ke-2 dapat dilakukan dalam n2 cara
:
:
operasi ke-k dapat dilakukan dalam nk cara

maka k operasi dalam urutan tersebut dapat dilakukan dalam $n1 \times n\ 2 \times \ldots \times nk$ cara

Contoh 1 :

Sebuah rumah makan akan membuat paket menu yang terdiri dari : sup, salad, steak dan es krim. Bila rumah makan tersebut mempunyai 4 jenis sup, 2 jenis salad, 5 jenis steak dan 3 jenis es krim. Berapa paket menu yang dapat dibuat?

Jawab :

Banyak paket menu = $4 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$ paket menu

Contoh 2 :

Berapa banyak bilangan 4 digit yang dapat dibentuk dari angka 0, 2, 3 dan 5

Jawab :

a. jika semua angka boleh berulang?

   $4 \times 4 \times 4 \times 4 = 256$

b. jika angka tidak boleh berulang?

   $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

c jika angka tidak boleh berulang dan merupakan kelipatan 2?

   $3 \times 2 \times 1 \times 2 = 12$

d. dst

7.4.2 Permutasi

Permutasi sejumlah obyek adalah penyusunan obyek tersebut dalam suatu <u>urutan tertentu</u>**.**

Dalam permutasi <u>urutan</u> diperhatikan!

Misal :

Dari huruf A, B, C $\rightarrow$ permutasi yang mungkin adalah: ABC, ACB, BAC, BCA, CAB dan CBA. Perhatikan ke-enam susunan ini semua dianggap berbeda!

Dalil-1 Permutasi :

Banyaknya Permutasi n benda yang berbeda adalah n!

Konsep Bilangan Faktorial

n! = n × (n-1) ×(n-2) ×.... × 2 × 1

0! = 1

1! = 1

2! = 2 × 1 = 2

3! = 3 × 2 × 1 = 6, dst

100! = 100 × 99!

100! = 100 × 99 × 98!, dst

Contoh 3 :

Berapa cara menyusun bola lampu merah, biru, kuning dan hijau ?

Terdapat 4 objek berbeda : merah, kuning, biru dan hijau → 4! = 4× 3 × 2 × 1 = 24

Dalil-2 Permutasi :

Banyaknya permutasi r benda dari n benda yang berbeda adalah :

$$_{n}P_{r} = \frac{n!}{(n-r)!}$$

Perhatikan dalam contoh-contoh ini urutan obyek sangat diperhatikan!

Contoh 4 :

Dari 40 nomor rekening akan diundi 3 untuk memenangkan hadiah. Undian urutan pertama akan memperoleh uang tunai $1000, undian urutan kedua memperoleh paket wisata dan undian urutan ketiga memperoleh sebuah sedan. Berapa banyaknya susunan pemenang yang mungkin terbentuk jika satu nomor rekening hanya berhak atas satu hadiah?

Jawab :

$${}_{40}P_3 = \frac{40!}{(40-3)!} = \frac{40!}{37!} = \frac{40 \times 39 \times 38 \times 37!}{37!} = 59280$$

Dalil-3 Permutasi :
Banyaknya permutasi n benda yang disusun dalam suatu lingkaran adalah (n-1)!

Contoh 5:

Enam orang bermain bridge dalam susunan melingkar. Berapa susunan yang mungkin dibentuk?

Jawab :

n = 6 maka

permutasi melingkar = (6-1)! = 5! = 5 $\times$ 4 $\times$ 3 $\times$ 2 $\times$1 = 120

Sampai dalil ke-3, kita telah membahas permutasi untuk benda-benda yang berbeda. Perhatikan permutasi ABC, terdapat 3 objek yang jelas berbeda.

Bagaimana jika kita harus berhadapan dengan A1A2B1B2C1C2 dan A1=A2=A dan B1=B2=B dan C1=C2= C?

Dalil-4 Permutasi :

Banyaknya permutasi untuk sejumlah n benda

di mana	***jenis/kelompok***	***pertama***	***berjumlah n1***
	jenis/kelompok	***kedua***	***berjumlah n2***
	:		***:***
	:		***:***
	jenis/kelompok	***ke-k***	***berjumlah nk***

adalah ***:*** $$\frac{n!}{n_1!n_2!n_3!\cdots n_k!}$$

n = n1 + n2 + . . . + nk

Contoh 6 :

Berapa permutasi dari kata STATISTIKA?

S = 2; T = 3; A = 2; I = 2; K = 1

Permutasi = $\frac{10!}{2!3!2!2!1!} = 75600$

Contoh 7 :

Dari 7 orang mahasiswa akan dilakukan pemisahan kelas. 3 orang masuk ke kelas pertama, 2 orang masuk ke kelas kedua dan 2 orang masuk ke kelas ketiga.

Ada berapa cara pemisahan? $\frac{7!}{3!2!2!} = 210$

7.4.3 Kombinasi

Kombinasi r obyek yang dipilih dari n obyek adalah susunan r obyek <u>tanpa memperhatikan</u> <u>urutan.</u>

Misalkan : Kombinasi 2 dari 3 obyek A, B dan C adalah

1. A dan B = B dan A
2. A dan C = C dan A
3. B dan C = C dan B

Dalil-1 Kombinasi

$$C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

maka : Pemilihan 2 dari 3 obyek adalah : $C_2^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$

Contoh:

Dari empat orang anggota partai Republik dan tiga orang anggota partai Demokrat, Hitunglah banyaknya komisi yang terdiri atas tiga orang dengan dua orang dari partai Republik dan satu orang dari partai Demokrat yang dapat dibentuk

Jawab :

Banyaknya cara memilih dua orang dari empat orang partai Tepublik ada :

$$C_2^4 = \binom{4}{2} = \frac{4!}{2!2!} = 6$$

Banyaknya cara memilih satu dari tiga orang partai Demokrat ada :

$$C_1^2 = \binom{3}{1} = \frac{3!}{1!2!} = 3$$

Sehingga banyaknya komisi yang dapat dibentuk dengan 2 orang partai Republik dan 1 orang partai Demokrat ada : (6)(3) = 18

Contoh :

Manajer SDM mengajukan 10 calon manajer yang berkualifikasi sama, 5 calon berasal dari Kantor Pusat, 3 calon dari Kantor cabang dan 2 dari Program Pelatihan manajer. Berapa cara Manajer SDM dapat memilih 6 manajer baru dengan ketentuan 3 berasal dari Kantor Pusat. 2 dari Kantor Cabang dan 1 dari Program Pelatihan manajer?

Pemilihan 3 dari 5 calon dari Kantor Pusat =

$$C_3^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$$

Pemilihan 2 dari 3 calon dari Kantor Cabang =

$$C_2^3 = \frac{3!}{2!1!} = 3$$

Pemilihan 1 dari 2 calon dari Program Pelatihan = $C_1^2 = \frac{2!}{1!1!} = 2$

Pemilihan Manajer = 10 $\times$ 3 $\times$ 2 = 60 cara

SOAL EVALUASI :

1. Bila diketahui S = {1,2,3,4,5,6,7,8,9}, A={2,4,7,9}, B={1,3,5,7,9}, C={2,3,4,5}, D={1,6,7}, daftarkan semua unsur kejadian-kejadian berikut ini :

   a. A' U C ; b. B ∩ C' ; c. (S ∩ B')' ; d. (C'∩D) U B ; e. (B ∩ C') U A
2. Perhatikan ruang contoh S={mobil pribadi, bis, kereta api, sepeda, perahu motor, sepeda motor, pesawat terbang}, yang menyatakan berbagai sarana transportasi, serta kejadian-kejadian : A={bis, kereta api, pesawat terbang}, B={kereta api, mobil pribadi, perahu motor}, C={sepeda}. Daftarkan unsur-unsur berikut ini :

   a. A' U B ; b. B ∩ C' ∩ A ; c. (A' U B) ∩ (A' ∩ C)
3. Dari tujuh orang calon mahasiswa teladan di FT UMJ akan dipilih tiga orang calon mahasiswa teladan I, II dan III. Banyaknya cara susunan mahasiswa yang mungkin akan terpilih sebagai mahasiswa teladan I, II dan III adalah:
4. Dengan berapa cara 5 orang dapat duduk pada lima kursi yang terletak di sekeliling meja bundar?
5. Tiap mahasiswa baru harus mengambil mata kuliah fisika, bahasa dan matematika. Bila seorang mahasiswa dapat memilih satu dari tiga mata kuliah fisika, satu dari empat mata kuliah bahasa dan satu dari dua mata kuliah matematika, dengan berapa cara ia dapat menyusun KRSnya?
6. Terdapat 4 mahasiswa dan 3 mahasiswi yang akan duduk sebagai dewan formatur pemilihan ketua senat. Dewan formatur itu terdiri dari 2 mahasiswa dan 2 mahasiswi. Hitunglah banyaknya badan formatur yang mungkin dibuat:

7. Dari 5 orang mahasiswa yang akan duduk dalam pengurusan senat, dipilih 2 orang sebagai ketua dan wakil ketua senat. Tentukan susunan kepengurusan yang mungkin:
8. Sepasang dadu dilempar. Tentukan peluang mendapatkan jumlah 8.

BAB VIII
Pokok Bahasan : Probabilitas II

Deskripsi Singkat :

Bab ini memberi penjelasan tentang kaidah penggandaan dan peluang bersyarat

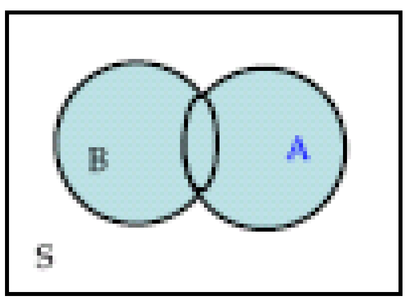
Tujuan Instruksional Khusus

1. Menjelaskan kaidah penggandaan
2. menjelaskan pengertian dan rumus peluang bersyarat
3. menjelaskan pengertian dan rumus kombinasi
4. mejelaskan kasus yang termasuk dalam kaidah penggandaan dan peluang bersyarat

8 PROBABILITAS II

8.1 Hukum Penjumlahan

Seringkali, lebih mudah menghitung oeluang suatu kejadian berdasarkan peluang kejadian lain. Hal ini berlaku antara lain pada kejadian yang dapat dinyatakan sebagai paduan dua atau lebih kejadian, atau sebagai komplen suatu kejadian lainnya. Di bawah ini akan disajikan beberapa hukum penting yang seringkali dapat menyederhanakan perhitungan peluang.



Gambar 9.1 Diagram Venn

- Bila **A dan B adalah dua kejadian sembarang**, maka

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- Bila **A dan B saling terpisah (*mutually exclusive events*)**, maka :

  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

- Bila$A1, A2, \ldots\ldots An$ saling terpisah, maka :

  $P(A1 \cup A2 \ldots\ldots \cup An) = P(A1) + P(A2) + \ldots\ldots + P(An)$

  $= P(S) = 1$

- Bila A dan A' dua kejadian yang satu merupakan komplemen lainnya, maka:

  $P(A) + P(A') = 1$

Contoh 1 :

Pada pelontaran sebuah dadu yang setimbang, hasil akhir untuk probabilitas untuk memperoleh hasil-akhir genap yaitu 2, 4, dan 6 merupakan kejadian saling asing/pisah:

Jawab :

P (genap) = P (2) + P (4) + P (6)

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = 0.5$$

Contoh 2:

Peluang seorang mahasiswa lulus matematika adalah 2/3, dan peluang ia lulus bahasa Inggris adalah 4/9. Bila peluang lulus sekurang-kurangnya satu pelajaran di atas adalah 4/5, berapa peluang ia lulus kedua pelajaran itu?

Jawab :

Bila M adalah kejadian "lulus matematika" dan E adalah kejadian "lulus Bahasa Inggris", maka kita memperoleh :

$P(M \cap E) = P(M) + P(E) - P(M \cup E)$

$= 2/3 + 4/9 - 4/5$

$= 14/45$

Contoh 3:

Berapa peluang mendapatkan jumlah 7 atau 11 bila sepasang dadu dilemparkan ?

Jawab :

Misalkan A adalah kejadian munculnya jumlah 7 dan B kejadian munculnya jumlah 11. Sehingga P(A) = 1/6 dan P(B)=1/18. Kejadian A dan B terpisah, karena jumlah 7 dan jumlah 11 tidak mungkin terjadi bersamaan pada satu kali lemparan.

P(A U B) = P(A) + P(B)

= 1/6 + 1/18

= 2/9

8.2 Peluang Bersyarat

Menghitung peluang suatu kejadian berdasarkan peluang kejadian lain yang telah terjadi. Peluang bersyarat B, bila A diketahui → dinotasikan sebagai P(B|A)

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$ jika P(A) > 0 dan $$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Contoh 1:

Anggap dipilih satu orang secara acak. Hitung peluang bersyarat P(M|E) dari 900 sarjana dalam tabel berikut

	Bekerja (E)	Menganggur	Total
Laki-laki (M)	460	*40*	***500***
Perempuan	140	*260*	***400***
Total	***600***	***300***	

Maka, $P(M|E) = \dfrac{P(M \cap E)}{P(B)} = \dfrac{\text{Jumlah E yang juga termasuk M}}{\text{Total jumlah E}} = \dfrac{460}{600} = \dfrac{23}{30}$

Contoh 2:

Peluang suatu penerbangan reguler berangkat tepat pada waktunya adalah P(D)=0.83, peluang penerbangan itu mendarat tepat pada waktunya adalah P(A)=0.92, dan peluang penerbangan itu berangkat dan mendarat tepat pada waktunya adalah P(D∩A)=0.78. Hitung peluang bahwa suatu pesawat pada penerbangan itu :

a. Mendarat pada waktunya bila diketahui bahwa pesawat itu berangkat pada waktunya.
b. Berangkat pada waktunya bila diketahui bahwa pesawat itu mendarat pada waktunya.

Jawab :

a. Peluang bahwa pesawat mendarat tepat pada waktunya bila diketahui bahwa pesawat tersebut berangkat pada waktunya adalah :

$$\mathrm{P}\left\langle A \middle| D \right\rangle = \frac{P(D \cap A)}{P(D)} = \frac{0.78}{0.83} = 0.94$$

b. Peluang bahwa pesawat berangkat pada waktunya bila diketaui bahwa pesawat itu mendarat pada waktunya adalah :

$$\mathrm{P}\left\langle D \middle| A \right\rangle = \frac{P(D \cap A)}{P(A)} = \frac{0.78}{0.92} = 0.85$$

Dua kejadian ***A dan B dikatakan bebas*** bila :

P(B|A) = P(B) atau P(A|B) = P(A)

Contoh :

Pengambilan dua kartu berturut-turut dengan pemulihan dimana; A merupakan kartu pertama sebuah ace, dan B kartu kedua sebuah sekop.Karena kartu pertama dikembalikan sehingga ruang contoh untuk pengambilan pertama dan kedua tetep sama sebesar 52 kartu, yang mempunya 4 ace dan 13 sekop, sehingga :

P(B|A) = 13/52 = ¼

P(B) = 13/52 = ¼

Sehingga kejadian A dan B dikatakan bebas.

8.3 Kaidah Perkalian / Multiplikatif

- Bila dalam suatu percobaan kejadian A dan B keduanya dapat terjadi sekaligus, maka :

$P(A \cap B) = P(A).P(B|A)$ dan $P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B).P(A|B)$

Contoh:

Dari 20 buah sekering, 5 diantaranya rusak. Jika diambil 2 sekering secara acak tanpa pemulihan, berapa peluang sekering yang terambil keduanya rusak ?

Jawab:

Anggap A = kejadian terambil sekering I rusak

B = kejadian terambil sekering II rusak

$P(A \cap B) = P(A).P(B|A) = (5/20)\ (4/19) = (1/4)\ (4/19) = 1/19$

- Bila dua ***kejadian A dan B bebas*** dimana hasil akhir pada kejadian A tidak

mempengaruhi hasil-akhir pada peristiwa selanjutnya (B), maka :

$P(A \cap B) = P(A)\ .\ P(B)$

Pada contoh di atas, jika pengambilan dengan pemulihan maka

P(B|A)= P(B) → kejadian A dan B *bebas*

- Bila dalam suatu percobaab kejadian-kejadian A_1, A_2, ..., A_k dapat terjadi, maka :

  $$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_k) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 \cap A_2)...P(A_k \mid A_1 \cap A_2 \cap ... \cap A_{k-1})$$

  Jika kejadian-kejadian A_1, A_2, ..., A_k bebas, maka :

  $$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cap ... \cap A_k) = P(A_1)P(A_2)P(A_3)...P(A_k)$$

Contoh :

Tiga kartu diambil berturut-turut dan tanpa pemulihan. Tentukan peluang bahwa kartu yang terambil pertama adalah ace merah, yang kedua sepuluh atau jack, dan yang ketiga lebih besar dari 3 tetapi kurang dari 7.

Jawab : Pertama-tama kita mendefinisikan kejadian

A_1 : kartu pertama adalah ace merah

A_2 : kartu kedua adalah sepuluh atau jack

A_3 : kartu ketiga adalah lebih besar dari tiga tetapi kurang dari tujuh.

$$P(A_1) = \frac{2}{52}$$

$$P(A_2 \mid A_1) = \frac{8}{51}$$

$$P(A_3 \mid A_1 \cap A_2) = \frac{12}{50}$$

Sehingga :

$$P(A_1 \cap A_2 \cap A_3) = P(A_1)P(A_2 \mid A_1)P(A_3 \mid A_1 \cap A_2)$$

$$= \left(\frac{2}{52}\right)\left(\frac{8}{51}\right)\left(\frac{12}{50}\right)$$

$$= \frac{8}{5525}$$

SOAL EVALUASI

1. Tiga orang calon saling bersaing memperebutkan satu jabatan. Calon A dan B mempunyai peluang berhasil yang sama, sedangkan calon C mempunyai peluang berhasil dua kali lebih besar daripada calon A maupun calon B.
   a. Berapa peluang C berhasil?
   b. Berapa peluang A tidak berhasil?
2. Dua kartu diambil secara acak tanpa pemulihan dari seperangkat kartu bridge. Berapa peluang kedua kartu itu berjumlah lebih besar daripada 2 tetapi lebih kecil daripada 8?
3. Tiga buku diambil secara acak dari sebuah rak yang berisi 5 buku novel, 3 buku puisi, dan sebuah kamus. Berapa peluang bahwa:
   a. Kamus tersebut terambil
   b. Yang terambil 2 buku novel dan 1 buku puisi
4. Dari pengalaman lalu, pedagang saham yakin bahwa dalam kondisi ekonomi sekarang ini, peluang pemilik uang akan menanamkan modalnya dalam obligasi yng bebas pajak 0.6, akan menanamkan dalam dana bersama (mutual fund) dengan peluang 0.3, dan akan menanamkan dalam keduanya dengan peluang 0.15. Tentukan peluang bahwa seseorang pemilik modal akan menanamkan uangnya
   a. Dalam obligasi bebas pajak atau dana bersama, tetapi tidak keduanya
   b. Tidak dalam keduanya
5. Di suatu penjara, ternyata 2/3 penghuninya berumur di bawah 25 tahun. Selain itu diketahui bahwa 3/5 bagian diantaranya laki-laki; dan 5/8 bagian perempuan atau yang berumur 25 tahun atau lebih. Bila kita mengambil seorang secara acak dari penjara ini,

berapa peluang bahwa ia berjenis kelamin perempuan dan berumur sekurang-kurangnya 25 tahun?

6. Di antara 100 siswa kelas tiga sebuah sekolah menengah atas, 42 mempelajari matematika, 68 mempelajari psikologi, 54 mempelajari sejarah, 22 mempelajari matematika dan sejarah, 25 mempelajari matematika dan psikologi, 7 mempelajari sejarah tetapi tidak mempelajari matematika maupun psikologi, 10 mempelajari ketiganya, 8 tidak mempelajari satu pun dari ketiga di atas. Bila seorang siswa diambil secara acak, hitung peluang bahwa :
   a. Seorang yang mempelajari psikologi mempelajari ketiganya
   b. Seorang yang tidak mempelajari psikologi mempelajari baik sejarah maupun matematika
7. Peluang seorang dokter mendiagnosis suatu penyakit secara benar adalah 0.7. Bila diketahui dokter tersebut salah mendiagnosis, bahwa pasien akan menuntut ke pengadilan adalah 0.9. Berapa peluang dokter tersebut salah mendiagnosis dan pasien menuntutnya?
8. Peluang seseoranga yang berobat ke dokter gigi akan mendapat pengobatan sinar-X adalah 0.6; peluang seseorang yang mendapat sinar-X juga akan menambal giginya dalah 0.3; dan peluang seseorang yang telah mendapat pengobatan sinar-X dan menambal giginya juga akan mencabut giginya adalah 0.1. Berapa peluang bahwa seseorang yang berobat ke dokter gigi akan mendapat pengobatan sinar-X, menambal sebuah giginya dan juga mencabut sebuah giginya?

BAB IX
Pokok Bahasan : Distribusi Peluang
(BINOMIAL)

Deskripsi Singkat :

Bab ini mempelajari distribusi peluang diskrit khusus untuk binomial

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan rumus distribusi binomial
2. memberikan contoh kasus distribusi binomial
3. menjelaskan cara menghitung nilai probabilitas dari suatu contoh kasus distribusi binomial

9 DISTRIBUSI PELUANG I

Kunci aplikasi probabilitas dalam statistik adalah memperkirakan terjadinya peluang/probabilitas yang dihubungkan dengan terjadinya peristiwa tersebut dalam beberapa keadaan. Jika kita mengetahui keseluruhan probabilitas dari kemungkinan outcome yang terjadi, seluruh probabilitas kejadian tersebut akan membentuk suatu distribusi probabilitas.

Distribusi peluang mempunyai hubungan yang erat dengan distribusi frekuensi. Frekuensi dalam distribusi frekuensi diperoleh berdasarkan percobaan atau hasil observasi sedangkan frekuensi dalam distribusi peluang merupakan hasil yang diharapkan jika percobaan atau pengamatan dilakukan.

Distribusi Peluang Teoritis : Tabel atau Rumus yang mencantumkan semua kemungkinan nilai peubah acak berikut peluangnya.

Distribusi peluang dibagi menjadi dua, yaitu :

a. Distribusi Peluang Diskrit : Binomial, Hipergeometrik, Poisson
b. Distribusi Peluang Kontinyu : Normal, t, F, X^2(chi kuadrat)

Distribusi Peluang Binomial

Penemu Distribusi Binomial adalah James Bernaulli sehingga dikenal juga sebagai Distribusi Bernaulli. Distribusi Peluang Binomial menggambarkan fenomena dengan dua hasil atau *outcome.* Contoh: peluang sukses dan gagal,sehat dan sakit, dsb.

Misalnya saja dalam pelemparan sekeping uang logam sebanyak 5 kali, hasil setiap ulangan mungkin muncul sisi gambar atau sisi angka. Kita dapat menentukan salah satu di antara keduanya asebagai ”berhasil”. Begitu pula bila 5 kartu diambil berturut-turut, kita dapat memberi label ”berhasil” bila yang terambil adalah kartu merah atau ”gagal” bila yang terambil adalah kartu hitam. Bila setiap kali kartu dikembalikan sebelum pengembalian berikutnya, maka kedua percobaan yang disebutkan di atas mempunyai ciri-ciri yang sama, yaitu bahwa ulangan-ulangan tersebut bersifat bebas dan peluang keberhasilan setiap ulangan tetep sama yaitu sebesar ½, sedangkan pada pengembalian yang kedua peluang itu bersifat bersyarat, bernilai 26/51 atau 25/51, bergantung pada hasil pengambilan pertama. Bila demikian halnya, percobaan ini bukan lagi percobaan binom.

Syarat Distribusi Binomial

1. Jumlah trial merupakan bilangan bulat. Contohmelambungkancoin 2 kali, tidakmungkin2 ½ kali.
2. Setiap eksperiman mempunyai dua *outcome* (hasil). Contoh: sukses atau gagal, laki-laki atau perempuan, sehat atau sakit, setuju atau tidak setuju.
3. Peluang keberhasilan = p dan dalam setiap ulangan nilai p tidak berubah.

   Peluang gagal = q = 1- p.
4. Setiap ulangan bersifat bebas satu dengan yang lain.

Definisi Distribusi Peluang Binomial

$$b(x;n,p) \;=\; C_x^n \; p^x \; q^{n-x}$$ untuk x = 0,1,23,...,n

n: banyaknya ulangan

x: banyak keberhasilan dalam peubah acak X

p: peluang berhasil pada setiap ulangan

q: peluang gagal = 1 - p pada setiap ulangan

Catatan :

untuk memudahkan membedakan p dengan q, anda terlebih dahulu harus dapat menetapkan mana kejadian SUKSES mana yang GAGAL. Anda dapat menetapkan bahwa kejadian yang **ditanyakan** adalah = **kejadian SUKSES**

Contoh :

Tentukan peluang mendapatkan "MATA 1" muncul 3 kali pada pelemparan 5 kali sebuah dadu setimbang!

Kejadian sukses/berhasil = mendapat "MATA 1"

x = 3

n = 5 $\rightarrow$ pelemparan diulang 5 kali

p = $\frac{1}{6}$ q = 1- $\frac{1}{6}$ = $\frac{5}{6}$

$$b(x;n,p) \;=\; C_x^n \; p^x \; q^{n-x}$$

$$b(3;5,\tfrac{1}{6}) \;=\; C_3^5 \; (\tfrac{1}{6})^3 \; (\tfrac{5}{6})^2$$

$$= \frac{5!}{3!2!} \; \frac{5^2}{6^5} = 10 \times 0.003215... = 0.03215...$$

Contoh:

Peluang seorang mahasiswa membolos adalah 6:10, jika terdapat 5 mahasiswa, berapa peluang terdapat 2 orang mahasiswa yang tidak membolos?

Kejadian yang ditanyakan → Kejadian SUKSES = TIDAK MEMBOLOS

Yang diketahui peluang MEMBOLOS = q = 6 : 10 = 0.60

p = 1 - q = 1 - 0.60 = 0.40 x = 2, n = 5

b(x = 2; n = 5, p = 0.40) = ...

Tabel Peluang Binomial

Soal-soal peluang peluang binomial dapat diselesaikan dengan bantuan Tabel Distribusi Peluang Binomial (Lihat hal 157-162, Statistika 2)

Cara membaca Tabel tersebut :

Misal :

n	x	p = 0.10	p = 0.15	p = 0.20	dst
5	0	0.5905	0.4437	0.3277	
	1	0.3280	0.3915	0.4096	
	2	0.0729	0.1382	0.2048	
	3	0.0081	0.0244	0.0512	
	4	0.0004	0.0020	0.0064	
	5	0.0000	0.0001	0.0003	

Perhatikan Total setiap Kolom p = 1.0000 (atau karena pembulatan, nilainya tidak persis = 1.0000 hanya mendekati 1.0000)

Contoh :

x = 0 n = 5 p = 0.10 b(0; 5, 0.10) = 0.5905

x =1 n = 5 p = 0.10 b(1; 5, 0.10) = 0.3280

Jika $0 \le x \le 2$, n = 5 dan p = 0.10 maka

$$
\begin{aligned}
b(x; n, p) &= b(0; 5, 0.10) + b(1; 5, 0.10) + b(2;5,0.10) \\
&= 0.5905 + 0.3280 + 0.0729 \\
&= 0.9914
\end{aligned}
$$

Contoh :

Suatu perusahaan “pengiriman paket ” terikat perjanjian bahwa keterlambatan paket akan menyebabkan perusahaan harus membayar biaya kompensasi.

Jika Peluang setiap kiriman akan terlambat adalah 0.20 Bila terdapat 5 paket, hitunglah probabilitas :

a. Tidak ada paket yang terlambat, sehingga perusahaan tidak membayar biaya kompensasi? (x = 0)

b. Lebih dari 2 paket terlambat? ($x > 2$)

c. Tidak Lebih dari 3 paket yang terlambat?($x \le 3$)

d. Ada 2 sampai 4 paket yang terlambat?($2 \le x \le 4$)

e. Paling tidak ada 2 paket yang terlambat?($x \ge 2$)

Jawab

a. x = 0 $\rightarrow$ b(0; 5, 0.20) = 03277 (lihat di tabel atau dihitung dgn rumus)

b. $x > 2 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan sebagai berikut :

$b(3; 5, 0.20) + b(4; 5, 0.20) + b(5; 5, 0.20) =$

$0.0512 + 0.0064 + 0.0003 = 0.0579$

atau .....

$\rightarrow$ $1 - b(x \le 2) = 1 - [b(0; 5, 0.20) + b(1; 5, 0.20) + b(2; 5, 0.20)$

$= 1 - [0.3277 + 0.4096 + 0.2048)$

$= 1 - 0.9421 = 0.0579$

(hasilnya sama dengan perhitungan sebelumnya, bukan?)

c. $x \le 3 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan

$b(0; 5, 0.20) + b(1; 5, 0.20) + b(2; 5, 0.20) + b(3; 5, 0.20) =$

$0.3277 + 0.4096 + 0.2048 + 0.0512 = 0.9933$

atau ....

$\rightarrow$ $1 - b(x > 3) = 1 - [\, b(4; 5, 0.20) + b(5; 5, 0.20)]$

$= 1 - [0.0064 + 0.0003] = 1 - 0.0067 = 0.9933$

(hasilnya sama dengan perhitungan sebelumnya, bukan?)

d. $2 \le x \le 4 \rightarrow$ Lihat tabel dan lakukan penjumlahan sebagai berikut:

$b(2; 5, 0.20) + b(3; 5, 0.20) + b(4; 5, 0.20) =$

$0.2048 + 0.0512 + 0{,}0064 = 0.2624$

e. Kerjakan sendiri!!!

Rata-rata dan Ragam Distribusi Binomial b(x; n, p) adalah

Rata-rata μ = np

Ragam σ^2 = npq

n = ukuran populasi

p = peluang keberhasilan setiap ulangan

q = 1 - p = peluang gagal setiap ulangan

Contoh :

Untuk b(5; 5 0.20), di mana x = 5, n = 5 dan p = 0.20 sehingga q = 0.80 maka

μ = 5 $\times$0.20 = 1.00

σ^2 = 5 $\times$0.20 $\times$ 0.80 = 0.80

σ = $\sqrt{0.80}$ = 0.8944....

Soal Evaluasi :

1. Suatu ujian terdiri atas 15 pertanyaan pilihan berganda, masing-masing dengan empat kemungkinan jawaban dan hanya ada satu yang benar. Berapa peluang seseorang yang menjawab secara menebak-nebak saja memperoleh 5 samapi 10 jawaban yanag benar ?

2. Peluang seseorang lulus ujian masuk UMJ adalah 0,8. Bila 25 orang mengikuti ujian masuk UMJ tentukan peluang bahwa ada 8 sampai 16 orang yang lulus ujian ?

3. Misalkan hanya 40 persen penghuni rumah yang membayar iuran siskamling. Jika dipanggil secara random 10 penghuni rumah, berapakah probabilitas bahwa sebagian besar membayar iuran siskamling

4. Peluang seseorang sembuh dari suatu penyakit adalah 0,7. Bila 30 orang diketahui menderita penyakit ini berapa peluang bahwa :
   a. sekurang-kurangnya 10 orang dapat sembuh
   b. ada 5 sampai 15 orang yang sembuh
   c. tepat 5 orang yang sembuh

5. Persentase mahasiswa yang lulus dalam mengikuti kuliah statistic adalah 80%. Jika kita memilih dari 20 dari mahasiswa tersebut, rata-rata dan standar deviasi distribusi binomialnya adalah….

BAB X
Pokok Bahasan : Distribusi Peluang II

Deskripsi Singkat :

Bab ini mempelajari distribusi peluang diskrit khusus untuk binomial

Tujuan Instruksional Khusus

4. menjelaskan pengertian dan rumus distribusi binomial
5. memberikan contoh kasus distribusi binomial
6. menjelaskan cara menghitung nilai probabilitas dari suatu contoh kasus distribusi binomial

10 DISTRIBUSI PELUANG II

10.1 Distribusi Peluang Multinom

Seandainya dalam percobaan binom tersebut setiap ulangan menghasilkan lebih dari dua kemungkinan hasil, maka percobaan itu menjadi apa yang disebut percobaan multinom. Sebagai missal, dalam percobaan pelemparan dua dadu kita mengamati apakah dari kedua dadu muncul bilangan yang sama, total kedua bilangan sama dengan 7 atau 11, atau bukan keduanya. Bila ini yang kita amati maka percobaan itu merupakan percobaan multinom. Pengambilan kartu dengan pemulihan juga merupakan percobaan multinom bila yang diamati adalah keempat macam kartu yang ada.

Definisi Distribusi Multinom:

Bila setiap ulangan menghasilkan salah satu dari k hasil percobaan E_1, E_2, …, E_k, dengan peluang p_1, p_2, …, p_k, maka sebaran peluang bagi peubah acak X_1, X_2, …, X_k, yang menyatakan berapa kali E_1, E_2, …, E_k terjadi dalam n ulangan yang bebas, adalah :

$$f(x_1, x_2, ..., x_k; p_1, p_2, ..., p_k, n) = \binom{n}{x_1, x_2, ..., x_k} p_1^{x_1}, p_2^{x_2}, ..., p_k^{x_k}$$

Dengan $\sum_{i=1}^{k} x_i = n$ dan $\sum_{i=1}^{k} p_i = 1$

Contoh :

Bila dua dadu dilemparkan 6 kali, berapa peluang mendapatkan jumlah bilangan yang muncul sebesar 7 atau 11 sebanyak dua kali, bilangan yang sama pada kedua dadu sekali, dan kemungkinan lainnya tiga kali ?

Jawab :

kita daftarkan kejadian yang mungkin terjadi

E_1 : terjadi total 7 atau 11

E_2 : muncul bilangan yang sama pada kedua dadu

E_3 : kemungkinan lainnya selain dua di atas

Dalam setiap ulangan, peluang masing-masing kejadian di atas adalah

$p_1 = 2/9$, $p_2 = 1/6$, dan $p_3 = 11/18$

Ketiga peluang tersebut tidak berubah dari ulangan satu ke ulangan lainnya.

Dengan menggunakan sebaran multinom dimana

$x_1 = 2$, $x_2 = 1$, dan $x_3 = 3$,

kita mendapatkan peluang yang dinyatakan :

$$f\left(2,1,3;\frac{2}{9},\frac{1}{6},\frac{11}{18},6\right)=\begin{pmatrix} & 6 & \\ 2 & 1 & 3\end{pmatrix}\left(\frac{2}{9}\right)^2\left(\frac{1}{6}\right)^1\left(\frac{11}{18}\right)^3$$

$$=\frac{6!}{2!\quad 1!\quad 3!}.\frac{2^2}{9^2}.\frac{1}{6}.\frac{11^3}{18^3}$$

$$=0.1127$$

10.2 Distribusi Peluang Hipergeometrik

Sebaran binomial tidak berlaku untuk, misalnya, pengambilan 3 kartu merah dalam 5 kali pengambilan acak tanpa mengembalikan dan mengocok lagi.

Tinjau pengambilan 5 kartu secara acak lalu hitung peluang munculnya 3 kartu merah dari 26 yang ada dan 2 kartu hitam dari 26 sisanya. Ada C(26,3) cara untuk mengambil kartu merah dan C(26,2) cara untuk kartu hitam. Jadi, total akan ada C(26,3)·C(26,2) untuk eksperimen ini. Tetapi, ada C(52,5) cara untuk mengambil 5 dari 52 kartu tanpa penggantian sehingga peluang terambil 3 kartu merah dan 2 hitam adalah.

C(26,3)·C(26,2)/C(52,5) = 0.3251

Contoh di atas menggambarkan eksperimen hipergeometrik. Kita ingin menghitung peluang x buah dari pengambilan k benda yang dinamakan sukses dann -x gagal dari N-k benda yang dilabeli sebagai gagal jika n buah cuplikan acak diambil dari N benda.

Peluang Binomial → perhatian hanya untuk peluang BERHASIL

Peluang Hipergeometrik → untuk kasus di mana peluang BERHASIL **berkaitan dengan** Peluang GAGAL

→ ada penyekatan dan pemilihan/kombinasi obyek (BERHASIL dan GAGAL)

Percobaan hipergeometrik adalah percobaan dengan ciri-ciri sebagai berikut:

1. Contoh acak berukuran n diambil dari populasi berukuran N
2. k dari N diklasifikasikan sebagai "BERHASIL" sedangkan N-k diklasifikasikan sebagai "GAGAL"

Definisi Distribusi Hipergeometrik:

Bila dalam populasi N obyek, k benda termasuk kelas "BERHASIL" dan N-k (sisanya) termasuk kelas "GAGAL", maka Distribusi Hipergeometrik peubah Acak X yg menyatakan banyaknya keberhasilan dalam contoh acak berukuran n adalah :

$$h(x; N, n, k) = \frac{C_x^k \; C_{n-x}^{N-k}}{C_n^N}$$

untuk x = 0,1,2,3…,k

Contoh :

Jika dari seperangkat kartu bridge diambil 5 kartu secara acak tanpa pemulihan, berapa peluang diperoleh 3 kartu hati?

Jawab :

N = 52 n = 5 k = 13 x = 3

$$h(3;52,5,13) = \frac{C_3^{13} \; C_2^{39}}{C_5^{52}}$$

(selesaikan sendiri !)

Rata-Rata dan Ragam bagi Distribusi Hipergeometrik h(x; N, n, k) adalah :

Rata-rata = $\mu = \frac{nk}{N}$ Ragam = $\sigma^2 = \frac{N-n}{N-1} \times n \times \frac{k}{N}(1 - \frac{k}{N})$

Perluasan Distribusi Hipergeometrik jika terdapat lebih dari 2 kelas

Distribusi Hipergeometrik dapat diperluas menjadi penyekatan ke dalam beberapa kelas

$$f(x_1, x_2, ..., x_k; a_1, a_2, ..., a_k, N, n) = \frac{C_{x_1}^{a_1} \times C_{x_2}^{a_2} \times \cdots \times C_{x_k}^{a_k}}{C_n^N}$$

dan perhatikan bahwa $n = \sum_{i=1}^{k} x_i$ dan $N = \sum_{i=1}^{k} a_i$

N : ukuran populasi atau ruang contoh

n : ukuran contoh acak

k : banyaknya penyekatan atau kelas

xi : banyaknya keberhasilan kelas ke-i dalam contoh

ai : banyaknya keberhasilan kelas ke-i dalam populasi

Contoh :

Dari 10 pengemudi motor, 3 orang mengemudikan motor merk "S", 4 orang memggunakan motor merk "Y" dan sisanya mengemudikan motor merk "H". Jika secara acak diambil 5 orang, berapa peluang 1 orang mengemudikan motor merk "S", 2 orang merk "Y" dan 2 orang merk "H"?

Jawab :

N = 10, n = 5

a1 = 3, a2 = 4, a3= 3

x1 = 1, x2 = 2, x3= 2

$$f(1,2,2;\ 3,4,3,\ 10,\ 5) = \frac{C_1^3 \times C_2^4 \times C_2^3}{C_5^{10}} = \frac{3 \times 6 \times 3}{252} = \frac{54}{252} = \frac{3}{18} = 0.2142...$$

Pendekatan Hipergeometrik dapat juga dilakukan untuk menyelesaikan persoalan binomial :

- Binomial $\rightarrow$ untuk pengambilan contoh dengan pemulihan (dengan pengembalian)
- Hipergeometrik $\rightarrow$ untuk pengambilan contoh tanpa pemulihan (tanpa pengembalian)

Contoh :

Dalam suatu kotak terdapat 5 bola yang terdiri dari 2 bola Merah, 2 bola Biru dan 1 buah Putih. Berapa peluang

a. terambil 2 bola Merah, dari 4 kali pengambilan yang dilakukan secara acak dengan pemulihan?

b. terambil 2 bola Merah, dari 4 kali pengambilan yang dilakukan secara acak tanpa pemulihan?

Soal a diselesaikan dengan Distribusi Peluang binomial :

p = 2/5 = 0.40 n = 4 x = 2

b(2; 4,0.40) = 0.16 (lihat Tabel atau gunakan rumus Binomial)

Soal b diselesaikan dengan Distribusi Peluang Hipergeometrik

N = 5 n = 4 k = 2 x = 2

N-k = 3 n-x=2

h(2; 5, 4,2) = $\frac{C_2^2 \times C_2^3}{C_4^5} = \frac{1 \times 3}{5} = \frac{3}{5} = 0.60$

Soal Evaluasi :

1. Hitunglah peluang mendapatkan dua bilangan 1, satu bilangan 2, satu bilangan 3, dua bilangan 4, tiga bilangan 5, dan satu bilangan 6, bila sebuah dadu setimbang dilemparkan 10 kali.
2. Menurut teori genetika, suatu persilangan kelinci percobaan akan menghasilkan keturunan warna merah, hitam, dan putih dalam perbandingan 8:4:4. Hitunglah peluang bahwa di antara 8 keturunan semacam ini ada 5 yang berwarna merah, 2 hitam, dan 1 putih.
3. Dalam suatu konperensi, peluang suatu delegasi tiba dengan menggunakan pesawat terbang, bis, kendaraan pribadi, atau kereta api, masing-masing adlaah 0.4, 0.2, 0.3, dan 0.1. Berapa peluang bahwa di antara 9 delegasi yang diambil secara acak, 3 tiba dengan menggunakan pesawat terbang, 3 dengan bis, 1 dengan mobil pribadi, dan 2 dengan kereta api?
4. Dari 12 peluru kendali, 5 diambil secara acak dan ditembakkan, bila di antara 12 peluru itu terdapat 3 peluru yang rusak sehingga macet bila ditembakkan, berapa peluang bahwa :
   a. Kelima-limanya berhasil ditembakkan
   b. Sebanyak-banyaknya 2 yang macet
5. Seorang pramuria memeriksa secara acak 6 kartu identitas dari 9 orang mahasiswa yang 4 di antaranya belum memenuhi

syarat batas umur untuk diperbolehkan minum-minuman beralkohol. Berapa peluang bahwa ia akan menolak 2 mahasiswa yang ketahuan belum memenuhi syarat umur?

6. Sebuah kantung berisi 3 kelereng hijau, 2 kelereng biru, dan 4 kelereng merah. Bila 5 kelereng diambil secara acak, hitung peluang terambilhya 2 kelereng biru dan sekurang-kurangnya 1 kelereng merah.
7. Seseorang menanam 5 umbi yang diambil secara acak dari sebuah kotak yang berisi 5 umbi tulip dan 4 umbi daffodil. Berapa peluang bahwa yag ditanam itu terdiri atas 2 daffodil dan 3 tulip?

BAB XI
Pokok Bahasan : Distribusi Peluang III
(POISSON)

Deskripsi Singkat :

Bab ini mempelajari distribusi peluang diskrit khusus untuk poisson

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan rumus distribusi poisson
2. memberikan contoh kasus distribusi poisson
3. menjelaskan cara menghitung nilai probabilitas dari suatu contoh kasus distribusi Poisson

11 DISTRIBUSI PELUANG III

11.1 Sejarah Distribusi Poisson

- Dalam teori probabilitas dan statistika, **distribusi poisson** (dilafalkan ejaan Perancis: [pwasɔ̃]) adalah distribusi probabilitas diskret yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu tertentu apabila rata-rata kejadian tersebut diketahui dan dalam waktu yang saling bebas sejak kejadian terakhir atau bisa dikatakan sebagai peristiwa yang jarang terjadi. (distribusi poisson juga dapat digunakan untuk jumlah kejadian pada interval tertentu seperti jarak, luas, atau volume).
- Distribusi ini pertama kali diperkenalkan oleh Siméon-Denis Poisson (1781–1840), seorang ahli matematika Prancis dan diterbitkan, bersama teori probabilitasnya, pada tahun 1838 dalam karyanya*Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle et en matière civile* (“Penelitian Probabilitas Hukum Masalah Pidana dan Perdata”). Karyanya memfokuskan peubah acak *N* yang menghitung antara lain jumlah kejadian diskret (kadang juga disebut "kedatangan") yang terjadi selama interval waktu tertentu.
- Menurut Walpole (1995), distribusi poisson adalah distribusi peluang acak poisson X, yang menyatakan banyaknya sukses yang terjadi dalam suatu selang waktu atau daerah tertentu.

11.2 Definisi Distribusi Poisson

Distribusi poisson adalah

- Distribusi nilai-nilai bagi suatu variabel random X (X diskret), yaitu banyaknya hasil percobaan yang terjadi dalam suatu interval waktu tertentu atau di suatu daerah tertentu.
- Distribusi probabilitas diskret yang menyatakan peluang jumlah peristiwa yang terjadi pada periode waktu tertentu apabila rata-rata kejadian tersebut diketahui dan dalam waktu yang saling bebas sejak kejadian terakhir.

Percobaan Poisson memiliki ciri-ciri berikut :

1. Hasil percobaan pada suatu selang waktu dan tempat tidak tergantung dari hasil percobaan di selang waktu dan tempat yang lain yang terpisah
2. Peluang terjadinya suatu hasil percobaan sebanding dengan panjang selang waktu dan luas tempat percobaan terjadi. Hal ini berlaku hanya untuk selang waktu yang singkat dan luas daerah yang sempit

3 Peluang bahwa lebih dari satu hasil percobaan akan terjadi pada satu selang waktu dan luasan tempat yang sama diabaikan

Selain itu, Distribusi poisson banyak digunakan dalam hal berikut:

- Menghitung probabilitas terjadinya peristiwa menurut satuan waktu, ruang atau isi, luas, panjang tertentu, seperti menghitung probabilitas dari:
  - Banyaknya penggunaan telepon per menit atau banyaknya mobil yang lewat selama 5 menit di suatu ruas jalan,
  - Banyaknya bakteri dalam satu tetes atau 1 liter air,

- Banyaknya kesalahan ketik per halaman sebuah buku, dan
- Banyaknya kecelakaan mobil di jalan tol selama minggu pertama bulan Oktober.

- Menghitung distribusi binomial apabila n besar dan nilai p yang sangat kecil. Dengan menggunakan pendekatan Peluang Poisson untuk Peluang Binomial dilakukan untuk mendekatkan probabilitas dari kelas sukses (x) dari n percobaan Binomial. Aturan yang diikuti oleh kebanyakan ahli statistika adalah bahwa n cukup besar dan p cukup kecil, jika n adalah 20 atau lebih dari 20 dan p adalah 0.05 atau kurang dari 0.05.

Definisi Distribusi Peluang Poisson :

$$poisson(x;\mu) = \frac{e^{-\mu}\mu^{x}}{x!}$$

e : bilangan natural = 2.71828...

x : banyaknya unsur BERHASIL dalam sampel

μ : rata-rata keberhasilan

Perhatikan rumus yang digunakan! Peluang suatu kejadian Poisson hitung dari rata-rata populasi (μ)

Tabel Peluang Poisson

Seperti halnya peluang binomial, soal-soal peluang Poisson dapat diselesaikan dengan Tabel Poisson (Statistika 2, hal 163-164)

Cara membaca dan menggunakan Tabel ini tidak jauh berbeda dengan Tabel Binomial

Misal:

x	μ = 4.5	μ = 5.0
0	0.0111	0.0067
1	0.0500	0.0337
2	0.1125	0.0842
3	0.1687	0.1404
dst	dst	dst
15	0.0001	0.0002

poisson(2; 4.5) = 0.1125

poisson(x < 3; 4.5) = poisson(0;4.5) + poisson(1; 4.5)+ poisson(2; 4.5)
= 0.0111 + 0.0500 + 0.1125 = 0.1736

poisson(x > 2;4.5) = poisson(3; 4.5) + poisson(4; 4.5) +...+ poisson(15;4.5)
atau
= 1 - poisson(x ≤ 2)
= 1 - [poisson(0;4.5) + poisson(1; 4.5)+ poisson(2; 4.5)]
= 1 - [0.0111 + 0.0500 + 0.1125] = 1 - 0.1736 = 0.8264

Contoh :

Rata-rata seorang sekretaris baru melakukan 5 kesalahan ketik per halaman. Berapa peluang bahwa pada halaman berikut ia membuat:

a. tidak ada kesalahan?(x = 0)

b. tidak lebih dari 3 kesalahan?(x ≤ 3)

c. lebih dari 3 kesalahan?(x >3)

d. paling tidak ada 3 kesalahan (x ≥ 3)

Jawab:

$\mu = 5$

a. x = 0 $\rightarrow$ dengan rumus? hitung poisson(0; 5)

atau

$\rightarrow$ dengan Tabel Distribusi Poisson

di bawah x:0 dengan $\mu = 5.0 \rightarrow (0; 5.0) = 0.0067$

b. $x \leq 3$ $\rightarrow$dengan Tabel Distribusi Poisson hitung

poisson(0;5.0) + poisson(1;5.0) + poisson(2;5.0) + poisson(3;5.0)

= 0.0067 + 0.0337 + 0.0842 + 0.1404 = 0.2650

c. $x > 3$ $\rightarrow$ poisson($x > 3$; 5.0)

` = poisson(4;5.0) + poisson(5;5.0) + poisson (6;5.0) + poisson(7;5.0)

+ ... + poisson(15; 5.0)

atau

$\rightarrow$ poisson(x >3) = 1 - poisson($x \leq 3$)

= 1 - [poisson (0; 5.0) + poisson (1; 5.0) +

poisson(2; 5.0) + poisson(3; 5.0)]

= 1 - [0.0067 + 0.0337 + 0.0842 + 0.1404]

= 1 - 0.2650

= 0.7350

11.3 Pendekatan Poisson untuk Distribusi Binomial

Pendekatan Peluang Poisson untuk Peluang Binomial, dilakukan jika *n besar* (n > 20) dan *p sangat kecil* (p < 0.05) dengan terlebih dahulu menetapkan p dan kemudian menetapkan:

$$\mu = n \times p$$

Contoh

Dari 1 000 orang mahasiswa 2 orang mengaku selalu terlambat masuk kuliah setiap hari, jika pada suatu hari terdapat 5 000 mahasiswa, berapa peluang ada lebih dari 3 orang yang terlambat?

Kejadian Sukses : selalu terlambat masuk kuliah

$p = \frac{2}{1000} = 0.002$ n = 5 000 x > 3

jika diselesaikan dengan peluang Binomial $\rightarrow$ b(x > 3; 5 000, 0.002) tidak ada di Tabel, jika menggunakan rumus sangat tidak praktis.

p = 0.002 n = 5 000 x>3

$\mu = n \times p = 0.002 \times 5\ 000 = 10$

diselesaikan dengan peluang Poisson

$\rightarrow$ poisson (x > 3; 10) = 1 - poisson (x $\leq$ 3)

= 1 - [poisson (0; 10) + poisson(1; 10) + poisson(2;10) + poisson(3; 10)

= 1 - [0.0000 + 0.0005 + 0.0023] = 1 - 0.0028 = 0.9972

Soal Evaluasi :

1. Secara rata-rata di suatu simpangan terjadi 3 kecelakaan lalu lintas per bulan. Berapa peluang bahwa pada suatu bulan tertentu di simpangan ini terjadi :
   a. Tepat 5 kecelakaan.
   b. Kutang dari tiga kecelakaan
   c. Sekurang-kurangnya 2 kecelakaan

2. Seorang sekretaris rata-rata melakukan 2 kesalahan ketik per halaman. Berapa peluang bahwa pada halaman berikutnya ia membuat :
   a. 4 atau lebih kesalahan
   b. Tidak satu pun kesalahan
3. Di suatu daerah di bagian timur Amerika Selatan, secara rata-rata. Dilanda 6 angin rebut per tahun. Hitunglah peluang bahwadalam suatu tahun tertentu daerah ini akan dilanda :
   a. Kurang dari 4 angin rebut
   b. 6 sampai 8 angin ribut
4. Peluang seseorang meninggal akibat infeksi pernafasan adalah 0.002. Hitunglah peluang bahwa kurang dari 5 di antara 2000 orang yang terinfeksi akan meninggal
5. Misalkan bahwa secara rata-rata 1 di antara 1000 orang membuat kesalahan angka dalam melaporkan pajak pendapatannya. Bila 10000 formulir diambil secara acak dan diperiksa, berapa peluang ada 6, 7, atau 8 formulir yang mengandung kesalahan ?
6. Peluang bahwa seorang siswa berhasil lolos dari tes scoliosis (membengkoknya tulang belakang) adalah 0.004. Di antara 1875 siswa yang dites scoliosis, hitunglah peluang bahwa terdapat :
   a. Kurang dari 5 siswa tidak berhasil lolos dari tes itu.
   b. 8,9, atau 10 siswa tidak berhasil lolos dari tes itu.

BAB XII
Pokok Bahasan : Distribusi Peluang Kontinu I

Deskripsi Singkat :

Bab ini mempelajari distribusi peluang kontinu NORMAL

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan rumus distribusi normal
2. memberikan contoh kasus distribusi normal
3. menjelaskan cara menghitung nilai probabilitas dari suatu contoh kasus distribusi normal

12 DISTRIBUSI PELUANG KONTINU I

12.1 Sejarah Distribusi Normal

Distribusi normal pertama kali diperkenalkan oleh Abraham de Moivre dalam artikelnya pada tahun 1733 sebagai pendekatan distribusi binomial untuk n besar. Karya tersebut dikembangkan lebih lanjut oleh Pierre Simon de Laplace, dan dikenal sebagai teorema Moivre-Laplace. Laplace menggunakan distribusi normal untuk analisis galat suatu eksperimen. Metode kuadrat terkecil diperkenalkan oleh Legendre pada tahun 1805. Sementara itu Gauss mengklaim telah menggunakan metode tersebut sejak tahun 1794 dengan mengasumsikan galatnya memiliki distribusi normal. Istilah kurva lonceng diperkenalkan oleh Jouffret pada tahun 1872 untuk distribusi normal bivariat. Sementara itu istilah distribusi normal secara terpisah diperkenalkan oleh Charles S. Peirce, Francis Galton, dan Wilhelm Lexis sekitar tahun 1875. Terminologi ini secara tidak sengaja memiliki nama sama.

12.2 Pengertian Distribusi Normal

Distribusi normal, disebut pula distribusi Gauss, adalah distribusi probabilitas yang paling banyak digunakan dalam berbagai analisis statistika. Distribusi normal baku adalah distribusi normal yang memiliki rata-rata nol dan simpangan baku satu. Distribusi ini juga dijuluki kurva lonceng(bell curve) karena grafik fungsi kepekatan probabilitasnya mirip dengan bentuk lonceng.

Distribusi normal memodelkan fenomena kuantitatif pada ilmu alam maupun ilmu sosial. Beragam skor pengujian psikologi dan fenomena fisika seperti jumlah foton dapat dihitung melalui pendekatan dengan mengikuti distribusi normal. Distribusi normal banyak digunakan dalam berbagai bidang statistika, misalnya distribusi sampling rata - rata akan mendekati normal, meski distribusi populasi yang diambil tidak berdistribusi normal. Distribusi normal juga banyak digunakan dalam berbagai distribusi dalam statistika, dan kebanyakan pengujian hipotesis mengasumsikan normalitas suatu data.

12.3 Kurva Distribusi Normal

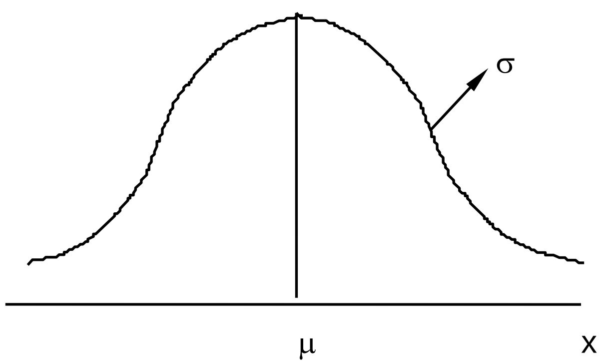
Grafik distribusi normal tergantung pada dua factor mean dan deviasi standart. Mean dari distribusi menentukan lokasi pusat grafik, dan deviasi standard menentukan tinggi dan dan lebar grafik. Ketika standard deviasi besar, kurva pendek dan lebar, ketika standard deviasi kecil, kurva kecil dan sempit. Semua distribusi normal tampak seperti lonceng, Kurva berbentuk simetris, seperti yang di tunjukan di gambar ini. Kurva di sebelah kiri lebih pendek dan lebih lebar dari kurva di sebelah kanan, karena kurva di sebelah kiri memiliki standar deviasi yang lebih besar.

12.4 Ciri-ciri Distribusi Normal

Adapun ciri-ciri dari distribusi normal adalah sebagai berikut :

- Nilai Peluang peubah acak dalamDistribusi Peluang Normal dinyatakan dalam luas dari di bawah kurva berbentuk genta\lonceng (*bell shaped curve)*.
- Kurva maupun persamaan Normal melibatkan nilai x, μ dan σ.
- Keseluruhan kurva akan bernilai 1, ini mengambarkan sifat peluang yang tidak pernah negatif dan maksimal bernilai satu

Perhatikan gambar di bawah ini:



Gambar 12.1 Kurva Distribusi Normal

Definisi Distribusi Peluang Normal

$$n(x;\ \mu,\ \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

untuk nilai x : $-\infty < x < \infty$ e = 2.71828..... π = 3.14159...

μ : rata-rata populasi

σ : simpangan baku populasi

σ^2 : ragam populasi

- Untuk memudahkan penyelesaian soal-soal peluang Normal, telah disediakan tabel nilai z (Lampiran table Z-Score)

Perhatikan dalam tabel tersebut nilai yang dicantumkan adalah nilai z

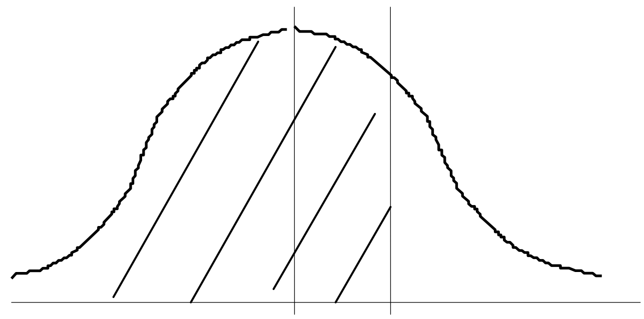
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$$

Dalam soal-soal peluang Normal tanda = . ≤ dan ≥ diabaikan, jadi hanya ada tanda < dan >

Cara membaca Tabel Nilai z

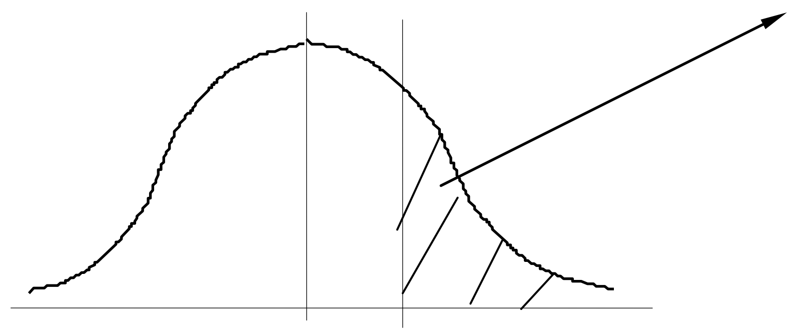
z	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
-3.4										
:										
-1.2										
:										
-0.1										
-0.0										
0.0										
0.1										
:										
1.2						0.8944				
:										
3.4										

Nilai 0.8944 adalah untuk luas atau peluang $z < 1.25$ yang digambarkan sebagai berikut, untuk daerah yang di arsir :



Gambar 12.2 Peluang z < 1.25

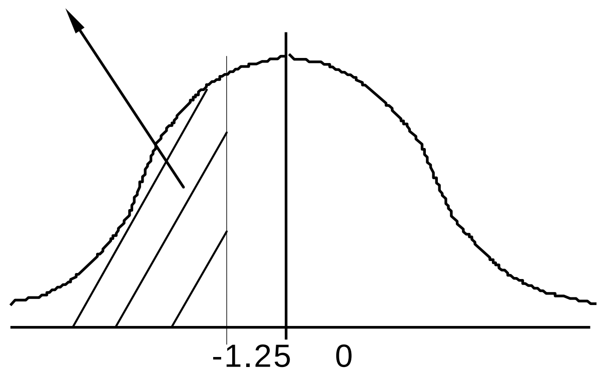
Dari Gambar 12.2 dapat kita ketahui bahwa P(z >1.25) = 1 - 0.8944 = 0.1056



Gambar 12.3 Peluang (z>1.25)

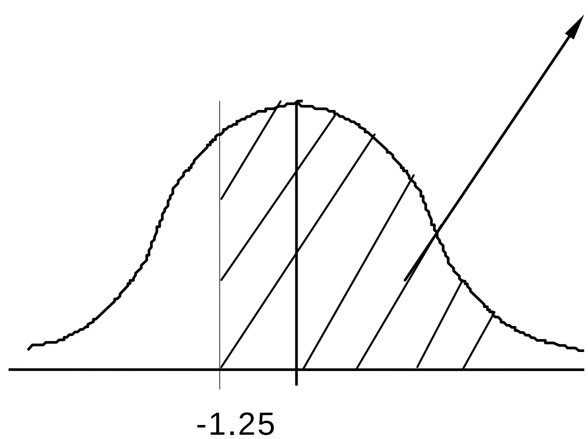
Luas daerah untuk z negatif dicari dengan cara yang sama, perhatikan contoh berikut :

$P(z < -1.25) = 0.1056$



Gambar 12.5 Peluang (z <-1.25)

$P(z > -1.25) = 1 - P(z < -1.25) = 1 - 0.1056 = 0.8944$

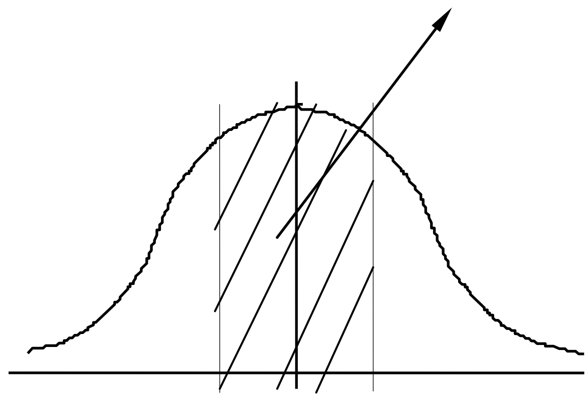


Gambar 12.6 Peluang (z>-1.25)

Jika ingin dicari peluang diantara suatu nilai $z \rightarrow z_1 < z < z_2$, perhatikan contoh berikut :

P(-1.25<z<1.25) = P(z<1.25) – P(z<-1.25)

= 0.8944 - 0.1056 = 0.7888

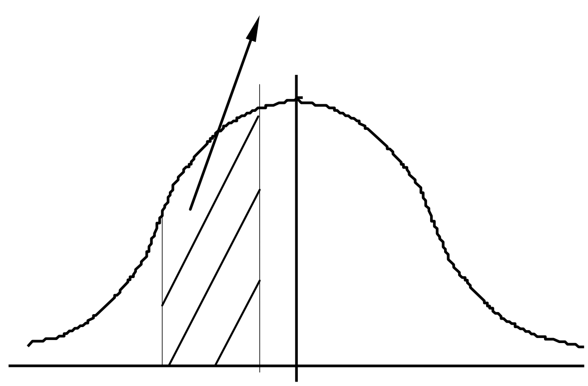


Gambar 12.7 Peluang (-1.25<z<1.25)

P(-1.30 < z < -1.25) = P(z<-1.25) – P(z<-1.30)

= 0.1056 - 0.0948

= 0.0108

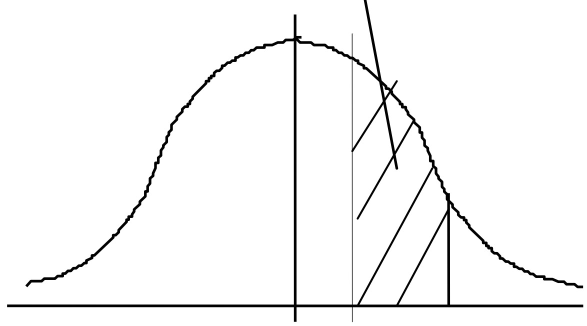


Gambar 12.8 Peluang(-1.30<x<1.25)

Peluang (1.25 < z < 1.35) = P(z<1.35) – P(z<1.25)

= 0.9115 - 0.8944

= 0.0171



Gambar 12.9 Peluang (1.25<z<1.35)

- Untuk memastikan pembacaan peluang normal, gambarkan daerah yang ditanyakan!

Contoh :

Rata-rata upah seorang buruh = $ 8.00 perjam dengan simpangan baku = $ 0.60, jika terdapat 1 000 orang buruh, hitunglah :

a. banyak buruh yang menerima upah/jam kurang dari $ 7.80

b. banyak buruh yang menerima upah/jam lebih dari $ 8.30

c. .banyak buruh yang menerima upah/jam antara $ 7.80 sampai 8.30

μ = 8.00 σ = 0.60

a. x < 7.80

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{7.80-8.00}{0.60} = -0.33$$

P(x < 7.80) = P(z < -0.33) = 0.5 - 0.1293 = 0.3707 (Gambarkan!)

banyak buruh yang menerima upah/jam kurang dari $ 7.80

= 0.3707 x 1 000

= 370.7 = 371 orang

b. $x > 8.30$

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma} = \frac{8.30 - 8.00}{0.60} = 0.50.$$

P(x > 8.30) = P(z > 0.50) = 0.5 - 0.1915 = 0.3085 (Gambarkan!)

Banyak buruh yang menerima upah/jam lebih dari $ 8.30

= 0.3085 x 1 000

= 308.5 = 309 orang

c. $7.80 < x < 8.30$

$z_1 = -0.33$ $z_2 = 0.50$

P(7.80 < x < 8.30) = P(-0.33 < z < 0.50) = 0.1915 + 0.1293 = 0.3208 (Gambarkan)

Banyak buruh yang menerima upah/jam dari $ 7.80 sampai $ 8.30

= 0.3208 x 1 000

= 320.8 = 321 orang

Soal Evaluasi :

1. Sebuah mesin minuman ringan diukur sedemikian rupa sehingga mengeluarkan secara rata-rata 200 mililiter per gelas. Bila banyaknya minuman yang dikeluarkan itu menyebar normal dengan simpangan baku 20 mililiter(bobot 25 %)
   a. Berapa banyaknya gelas (dalam pecahan atau persentase) yang berisi lebih dari 240 mililiter?
   b. Berapa peluang sebuah gelas berisi antara 191 dan 209 mililiter?
   c. Berapa gelas diantara 1000 gelas berikutnya yang akan tumpah meluap bila gelas-gelas itu berukuran 245 mililiter?

2. Sebuah rumah rata-rata memakai lampu dengan tegangan 80 watt. Bila tegangan total rumah menyebar normal dengan simpangan baku 5 watt.
   a. Berapa banyak lampu yang mempunyai tegangan lebih dari 115 watt?
   b. Berapa peluang sebuah lampu bertegangan antara 75 dan 100 watt?

3. Seorang siswa secara rata-rata berangkat dari rumah ke sekolah dengan menggunakan sepeda 27 menit. Bel masuk sekolah berdentang tepat jam 07.00. Jika waktu tempuh siswa tersebut menyebar normal dengan simpangan baku 10 menit. Tentukan : (bobot15%)
   a. peluang siswa tersebut tidak terlambat masuk sekolah jika dia berangkat dari rumah jam 06.40
   b. pada hari senin semua siswa wajib mengikuti upacara bendera yang dilaksanakan pada jam 07.00 – 08.00. berapa peluang

siswa mengikuti upacara jika dia berangkat dari rumah jam 06.38

4. Umur penggunaan bolam jenis awet berdistribusi normal dengan rata-rata 38.000 jam dan simpangan baku 3.000.
    a. Berapa probabilitas bahwa pengambilan secara random sebuah bolam akan memiliki umur penggunaan sekurang-kurangnya 35.000 jam?
    b. Berapa probabilitas bahwa pengambilan secara random sebuah bolam akan memiliki umur penggunaan lebih dari 45.000 jam?
    c. Jika ada grosir mempunyai 500 buah bolam, tentukan jumlah bolam yang memiliki umur penggunaan antara 40.000 jam sampai dengan 45.000 jam?
    d. Berapa banyak bolam dari 100 bolam berikutnya memiliki umur penggunaan sekurang-kurangnya 38.000 jam?

BAB XIII
Pokok Bahasan : Distribusi Peluang Kontinu II

Deskripsi Singkat :

Bab ini mempelajari distribusi peluang diskrit khusus untuk poisson

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan rumus distribusi poisson
2. memberikan contoh kasus distribusi poisson
3. menjelaskan cara menghitung nilai probabilitas dari suatu contoh kasus distribusi Poisson

13 DISTRIBUSI PELUANG KONTINU II

Penerapan Sebaran Normal

Beberapa dari sekian banyak masalah yang dapat diselesaikan dengan sebaran normal akan diuraikan dalam contoh-contoh berikut :

Contoh:

Diberikan sebuah sebarannormal dengan μ = 40 dan σ = 6. Hitunglah nilai x yang :

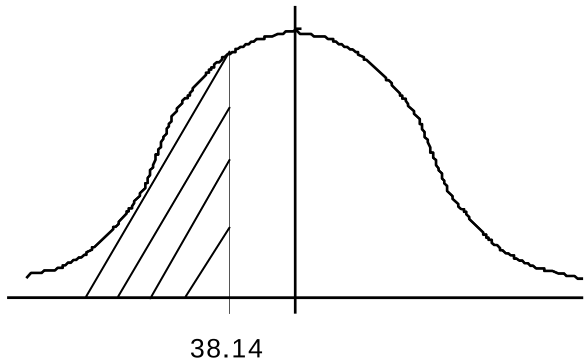
a. luas daerah di bawahnya ada 38 %
b. luas di atasnya 5 % di atasnya

Jawab :

Untuk menyelesaikan soal di atas kita harus memperhatikan rumus, karena yang ditanya adalah nilai x maka :

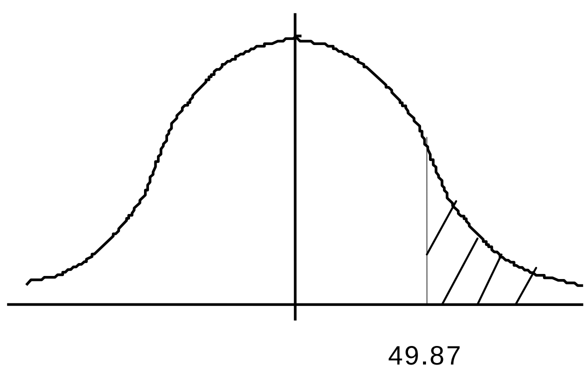
$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$ untuk $x = \sigma z + \mu$

a. Daerah seluas 0.38 di sebelah kiri x yang diinginkan diperlihatkan dalam gambar 13.1. Kita memerlukan nilai z yang luas daerah di sebelah kirinya sebesar 0.38. Dari Tabel Z-Score kita mendapatkan P(z< -0.31) = 0.38, sehingga nilai z tersebut adalah -0.31. Dengan demikian :



Gambar 12.9 Luas daerah di bawah 38 % pada contoh a

b. Dalam gambar 13.2 kita tandai daerah seluas 0.05 di sebelah kanan nilai x yang diinginkan dengan warna gelap. Kali ini kita memerlukan nilai z yang luas daerah di sebelah kanannya sebesar 0.05 atau yang berarti juga luas daerah di sebelah kirinya 0.95. Sekali lagi dari Tabel Z-score kita mendapatkan P(z< 1.645) = 0.95, sehingga nilai z yang dicari adalah z = 1.645 dan x=(6)(1.645) + 40 = 49.87



Gambar 12.9 Luas daerah di atas 5 % pada contoh b

Hampiram Normal terhadap Sebaran Binom

Nilai-nilai peluang untuk percobaan binom dengan mudah dapat diperoleh daru rumus b(x; n, p) bagi debaran binom atau dari tabel binom bila n kecil. Bila n tidak ada dalam table yang tersedia, kita dapat menghitung peluang binom melalui prosedur hampiran. Pada modul 11 telah dijelaskan bahwa sebaran Poisson dapat digunakan untuk menghampiri peluang binom bila n besar dan p sangat kecil. Sekarang akan dikemukakan sebuah rumus yang akan memungkinkan kita menggunakan luas daerah di bawah kurva normal untuk menghampiri peluang binom bila n cukup besar. Di bawah ini perbedaan penggunaan pendekatan poisson dan normal :

a. JIKA rata-rata (μ) $\leq$ 20 MAKA lakukan pendekatan dengan distribusi POISSON dengan $\mu = n \times p$
b. JIKA rata-rata (μ) > 20 MAKA lakukan pendekatan dengan distribusi NORMAL dengan $\mu = n \times p$

$$\sigma^2 = n \times p \times q$$

$$\sigma = \sqrt{n \times p \times q}$$

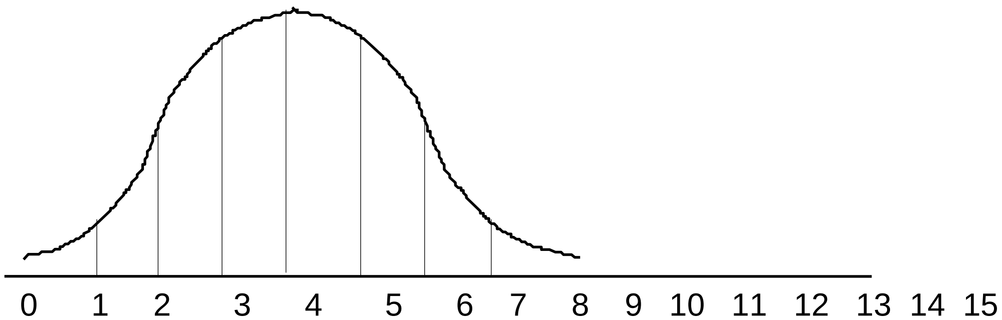
Ternyata sebaran normal memberikan hampiran yang sangat baik pada sebaran binom bila n besar dan p dekat pada ½. Bahkan, bila n kecil dan p tidak terlalu dekat pada nol atau 1, hampiran itu masih cukup baik.

Untuk menyelidiki hampiran normal bagi sebaran binom, pertama-tama kita membuat histogram bagi b(x; 15, 0.4) dan kemudian menumpang-tindihkan sebaran normal yang memiliki rata-rata dan ragam seperti peubah acak binom x tersebut. Jadi kita menggambar sebuah kurva normal dengan :

$$\mu = n \times p = (15) \text{ x } (0.4) = 6$$

$\sigma^2 = n \times p \times q$ = (15) x (0.4) x (0.6) = 3.6

Histogram bagi b(x; 15, 0.4) dan kurva normal yang ditumpang-tindihkan, yang seperti kita ketahui detentukan sepenuhnya oleh rata-rata dan ragamnya, dapat dilihat di bawah ini :



Gambar 13.1 Hampiran Normal bagi b(4;15,0.4)

Nilai peluang pasti bahwa peubah acak x mengambil nilai tertentu x adalah sama dengan luas empat persegi panjang yang alasnya berpusat di x. Misalnya. Peluanag bahwa x mengambil nilai 4 dama dengan luas empat persegi panjang yang alasnya berpusat di x = 4. Dengan menggunakan rumus bagi sebaran binom, kita mendapatkan bahwa luas itu sama dengan :

b(4; 15, 0.4) = 0.1268

Nilai peluang ini kira-kira sama dengan luas daerah gelap di bawah kurva normal antara x_1 = 3.5 dan x_2 = 4.5. Dengan mengubahnya ke nilai Z, kita memperoleh :

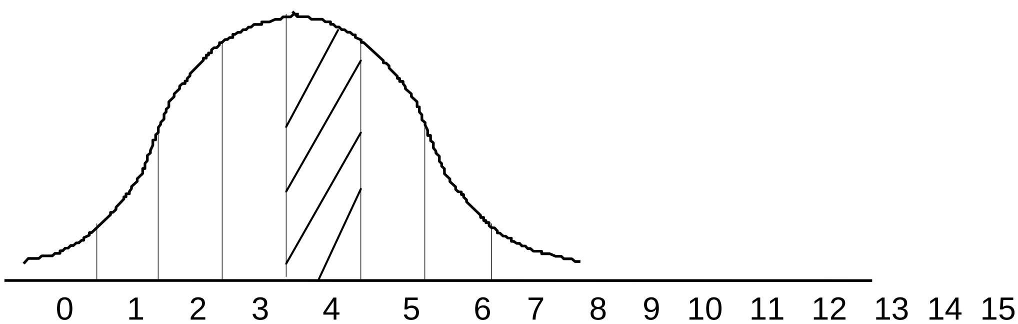
$$z_1 = \frac{x_1 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{3.5 - 6}{\sqrt{3.6}} = -1.316$$

$$z_2 = \frac{x_2 - np}{\sqrt{npq}} = \frac{4.5 - 6}{\sqrt{3.6}} = -0.789$$

Bila x adalah suatu peubah acak binom dan z peubah acak normal baku, maka :

P(x=4) = b(4; 15, 0.4)
≈ P(-1.316 < z < -0.789)
= P(z < -0.789) – P(z < -1.316)
= 0.2151 – 0.0941
= 0.1210

Perhatikan bahwa nilai ini sangat dekat pada nilai peluang pastinya sebesar 0.1268



Gambar 13. 2 Hampiran Normal bagi b(4;15,0.4)

Contoh :

Dari 200 soal pilihan berganda, yang jawabannya terdiri dari lima pilihan (a, b, c,d dan e), berapa peluang anda akan menjawab BENAR lebih dari 50 soal?

n = 300 p = 1/5 = 0.20

q = 1 - 0.20 = 0.80

Kerjakan dengan POISSON

P(x >50, p = 0.20) $\mu = n \times p = 200 \times 0.20 = 40$

Poisson (x > 50; μ = 40), μ = 40 tidak ada di dalam TABEL POISSON sehingga kita harus menggunakan RUMUS yang terlalu rumit!

KERJAKAN dengan NORMAL

P (x > 50, p = 0.20) $\mu = n \times p = 200 \times 0.20 = 40$

$\sigma^2 = n \times p \times q$ = 200 × 0.20 ×0.80 = 32

$\sigma = \sqrt{n \times p \times q}$ = $\sqrt{32}$

P(x > 50 , p = 0.20) → P (z > ?)

z = $\frac{50-40}{\sqrt{32}} = \frac{10}{5.6568\ldots} = 1.7677 \approx 1.77$

P (z > 1.77) = 0.5 - 0.4616 = 0.0384 = 3.84 %

Soal Evaluasi :

1. Tentukan area dibawah kurva normal baku berikut ini :
   a. Area disebelah kanan dari z = 2.32
   b. Area sisebelah kiri z = -1.54
2. Tentukan peluang kurva normal baku berikut ini :
   a. P(1.19 < z < 2.12)
   b. P(-1.56 < z < 2.31) c. P(z > -0.75)
3. Tentukan peluang kurva normal baku berikut ini :
   a. P(0 < z < 5.67)
   b. P(z < -5.35)

4. Bila diberikan sebuah sebaran normal dengan μ = 200 dan σ^2=100, hirunglah :
   a. Luas daerah di bawah 214
   b. Luas daerah di atas 179
   c. Luas daerah antara 188 dan 206
   d. Nilai x yang luas daerah di bawahnya 80%
   e. Dua nilai x yang luas daerah di antara keduanya 75%
5. Jika x adalah sebuah variabel acak kontinyu yang memiliki distribusi normal dengan rata-rata dan simpangan baku, yaitu 50 dan 10. Tentukan nilai z untuk:
   a. $x = 55$
   b. $x = 35$
6. Jika x adalah sebuah variabel acak kontinyu yang memiliki distribusi normal dengan rata-rata dan simpangan baku, yaitu 25 dan 4. Tentukan !
   a. $P(25 < x < 32)$
   b. $P(18 < x < 34)$
7. Notebook adalah salah satu barang elektronik yang diproduksi oleh Perusahaan Toshiba. Waktu yang diperlukan untuk merakit sebuah notebook pada perusahaan tsb terdistribusi normal dengan rata-rata 55 menit, dan simpangan baku 4 menit. Perush tsb tutup tiap hari pada jam 17.00. Jika seorang pekerja mulai merakit pada jam 16.00, bagaimana peluang pekerja tsb dapat selesai merakit sebelum perusahaan tsb tutup pada hari itu?
8. Diameter bagian dalam gelang (ring) piston menyebar normal dengan rata-rata 10 cm dan simpangan baku 0.03.
   a. Berapa proporsi ring yang diameter bagian dalamnya lebih dari 10.075 cm?

   b. Berapa peluang bahwa sebuah ring akan mempunyai diameter bagian dalam antara 9.97 dan 10.03 cm
   c. Di bawah nilai berapa terdapat 15% ring yang diproduksi?

9. Tinggi 1000 mahasiswa menyebar normal dengan rata-rata 174.5 cm dan simpangan baku 6.9 cm. Bila tinggi dicatat sampai setengah cm terdekat, berapa banyak di antara mahasiswa itu yang memiliki tinggi ?
   a. kurang dari 160.5 cm
   b. antara 171.5 dan 182.0 cm
   c. sama dengan 175.0 cm
   d. lebih besar atau sama dengan 188.0 cm
10. Sekeping uang logam dilemparkan 400 kali. Gunakan hampiran kurva normal untuk menghitung peluang mendapatkan.
    a. Antara 185 dan 210 sis gambar
    b. Tepat 205 sisi gambar
    c. Kurang dari 176 atau lebih dari 227 sisi gambar
11. Seorang pemburu burung pegar mengatakan bahwa 75% di antara tembakannya mengenai sasaran. Dari 80 tembakan berikutnya, berapa peluang bahwa :
    a. Sekurang-kurangnya 50 ekor berhasil terbang menyelamatkan diri?
    b. Sebanyak-banyaknya 56 ekor berhasil ditembak jatuh?

BAB XIV
Pokok Bahasan : Regresi dan Korelasi Linier Sederhana

Deskripsi Singkat :

Bab ini merupakan pengantar dalam mempelajari Statistika. Anda akan dibantu untuk memahami konsep dasar statistika dan notasi penjumlahan

Tujuan Instruksional Khusus

1. menjelaskan pengertian dan kegunaan statistika
2. menjelaskan pengertian statistika deskriptif dan inferensia beserta contohnya
3. menjelaskan pengertian populasi dan contoh
4. menjelaskan jenis-jenis data
5. menjelaskan bentuk umum notasi penjumlahan serta dalil-dalil notasi penjumlahan

14 REGRESI & KORELASI

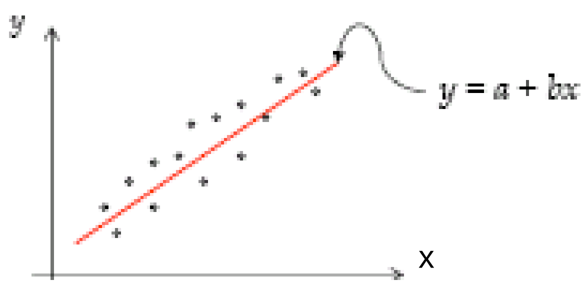
14.1 Pendahuluan

- Gagasan perhitungan ditetapkan oleh Sir Francis Galton (1822-1911)
- Persamaan regresi :Persamaan matematik yang memungkinkan peramalan nilai suatu peubah takbebas (*dependent variable*) dari nilai peubah bebas (*independent variable*)
- Diagram Pencar = *Scatter Diagram*

  Diagram yang menggambarkan nilai-nilai observasi peubah takbebas dan peubah bebas.

  Nilai peubah bebas ditulis pada sumbu X (sumbu horizontal)

  Nilai peubah takbebas ditulis pada sumbu Y (sumbu vertikal)



Dua variabel yang berhubungan (bivariat) diplotkan dalam grafik diagram pencar yang menyatakan berbagai pola hubungan tertentu :

a. Hubungan positif linier

b. Hubungan negatif linier

c. Hubungan non-linier (eksponential)

d. Tidak ada hubungan

Anda sudah dapat menentukan mana peubah takbebas dan peubah bebas?

Contoh :

Umur Vs Tinggi Tanaman (X : Umur, Y : Tinggi)

Biaya Promosi Vs Volume penjualan (X : Biaya Promosi, Y : Vol. penjualan)

Jenis-jenis Persamaan Regresi :

c. Regresi Linier :
   - Regresi Linier Sederhana
   - Regresi Linier Berganda
d. Regresi Nonlinier
   - Regresi Eksponensial

Regresi Linier

Bentuk Umum Regresi Linier Sederhana

$$Y = a + bX$$

Y : peubah takbebas

X : peubah bebas

a : konstanta

b : kemiringan

Bentuk Umum Regresi Linier Berganda

$$Y = a + b_1X_1 + b_2X_2 + ...+ b_nX_n$$

Y : peubah takbebas a : konstanta

X_1 : peubah bebas ke-1 b_1 : kemiringan ke-1

X_2 : peubah bebas ke-2 b_2 : kemiringan ke-2

X_n : peubah bebas ke-n b_n : kemiringan ke-n

Regresi Non Linier

- Bentuk umum Regresi Eksponensial

$$Y = ab^x$$

$$\log Y = \log a + (\log b)\ x$$

14.2 Regresi Linier Sederhana

Metode Kuadrat terkecil (*least square method*): metode paling populer untuk menetapkan persamaan regresi linier sederhana

Bentuk Umum Regresi Linier Sederhana :

$$Y = a + bX$$

Y : peubah takbebas

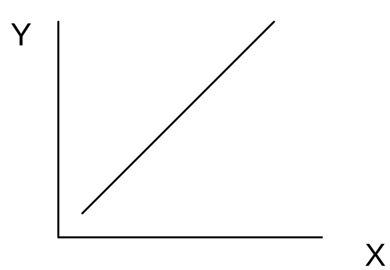
X : peubah bebas

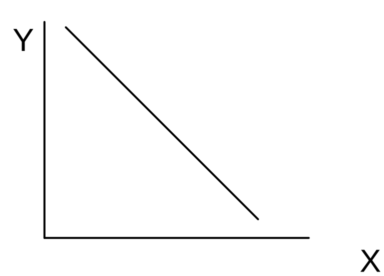
a : konstanta

b : kemiringan

Nilai b dapat positif (+) dapat negartif (-)

b : positif $\rightarrow$ $Y = a + bX$ b : negatif $\rightarrow$ $Y = a - bX$





Penetapan Persamaan Regresi Linier Sederhana

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

sehingga

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - b\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Dimana :

n : banyak pasangan data

y_i : nilai peubah takbebas Y ke-i

x_i : nilai peubah bebas X ke-i

Contoh :

Berikut adalah data Biaya Promosi dan Volume Penjualan PT BIMOIL perusahaan Minyak Goreng.

Tahun	x Biaya Promosi (Juta Rupiah)	y Volume Penjualan (Ratusan Juta Liter)	xy	x^2	y^2
1992	2	5	10	4	25
1993	4	6	24	16	36
1994	5	8	40	25	64
1995	7	10	70	49	100
1996	8	11	88	64	121
Σ	Σx = 26	Σy = 40	Σxy = 232	Σx^2 =158	Σy^2 = 346

bentuk umum persaman regresi linier sederhana : Y = a + b X

n = 5

$$b = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2} \quad b = \frac{(5\times 232)-(26\times 40)}{(5\times 158)-(26^2)} = \frac{1160-1040}{790-676} = \frac{120}{114} = 1.0526 = 1.053$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i}{n} - b\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$a = \frac{40}{5} - \left(1.05263\ldots\times\frac{26}{5}\right) = 8-(1.05263\ldots\times 5.2) = 8 - 5.4736\ldots = 2.5263\ldots. = 2.530$$

Y = a + b X → Y = 2.530 + 1.053 X

Peramalan dengan Persamaan Regresi

Diketahui hubungan Biaya Promosi (X dalam Juta Rupiah) dan Y (Volume penjualan dalam Ratusan Juta liter) dapat dinyatakan dalam persamaan regresi linier berikut

Y = 2.530 + 1.053 X

Perkirakan Volume penjualan jika dikeluarkan biaya promosi Rp. 10 juta ?

Jawab :

Y = 2.530 + 1.053 X

X = 10

Y = 2.53 + 1.053 (10) = 2.53 + 10.53 = 13.06 (ratusan juta liter)

Volume penjualan = 13.06 x 100 000 000 liter

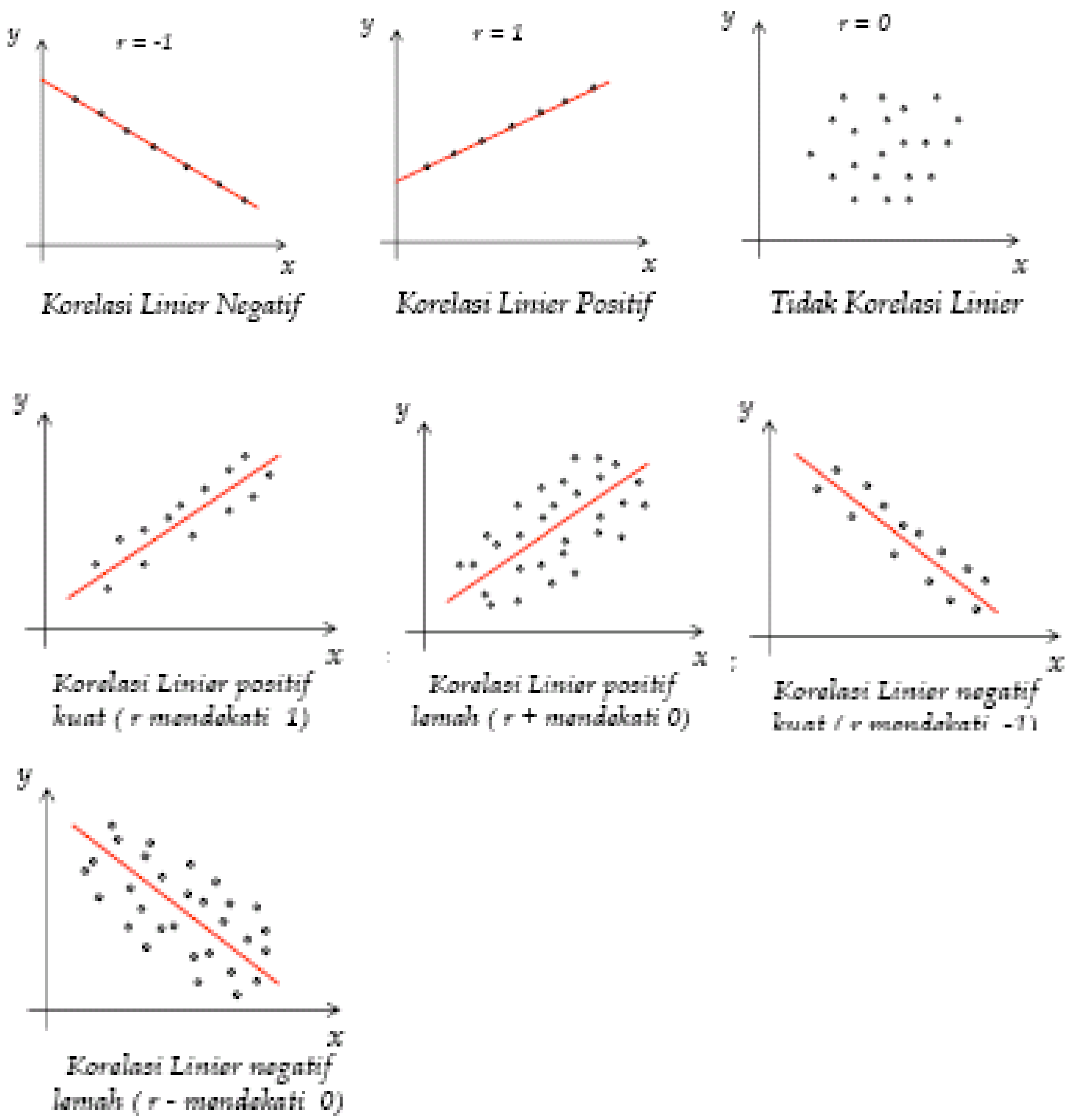
14.3 Korelasi Linier Sederhana

Koefisien Korelasi (r) : ukuran hubungan linier peubah X dan Y

Nilai r berkisar antara (+1) sampai (-1)

Nilai r yang (+) ditandai oleh nilai b yang (+)

Nilai r yang (-) ditandai oleh nilai b yang (-)



- Jika nilai r mendekati +1 atau r mendekati -1 maka X dan Y memiliki korelasi linier yang tinggi
- Jika nilai r = +1 atau r = -1 maka X dan Y memiliki korelasi linier sempurna
- Jika nilai r = 0 maka X dan Y tidak memiliki relasi (hubungan) linier (dalam kasus r mendekati 0, anda dapat melanjutkan analisis ke regresi eksponensial)

Koefisien Determinasi Sampel = R = r²

Ukuran proporsi keragaman total nilai peubah Y yang dapat dijelaskan oleh nilai peubah X melalui hubungan linier.

Penetapan & Interpretasi Koefisien Korelasi dan Koefisien Determinasi

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

$$R = r^2$$

Contoh :

Lihat Contoh sebelumnya, setelah mendapatkan persamaan Regresi Y = 2.530 + 1.053 X, hitung koef. korelasi (r) dan koef determinasi (R).

Gunakan data berikut (lihat Contoh 2)

$\Sigma x = 26 \quad \Sigma y = 40 \quad \Sigma xy = 232 \quad \Sigma x^2 = 158 \quad \Sigma y^2 = 346$

$$r = \frac{n\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)\left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)}{\sqrt{\left[n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2\right]\left[n\sum_{i=1}^{n} y_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} y_i\right)^2\right]}}$$

$$r = \frac{(5\times 232)-(26\times 40)}{\sqrt{\left[(5\times 158)-(26^2)\right]\times\left[(5\times 346)-(40^2)\right]}} = \frac{1160-1040}{\sqrt{[790-676]\times[1730-1600]}} = \frac{120}{\sqrt{114\times 130}}$$

$$= \frac{120}{\sqrt{14820}} = \frac{120}{121.73\ldots} = 0.9857\ldots$$

Nilai r = 0.9857 menunjukkan bahwa peubah X (biaya promosi) dan Y (volume penjualan) berkorelasi linier yang positif dan tinggi

$R = r^2 = 0.9857\ldots.^2 = 0.97165\ldots. = 97\ \%$

Nilai R = 97% menunjukkan bahwa 97% proporsi keragaman nilai peubah Y (volume penjualan) dapat dijelaskan oleh nilai peubah X (biaya promosi) melalui hubungan linier.

Sisanya, yaitu 3 % dijelaskan oleh hal-hal lain.

Soal Evaluasi :

1. Nilai kuis (*x*) dan ujian akhir semester (*y*) dari 9 mahasiswa adalah sebagai berikut :

x	77	50	71	72	81	94	96	99	67
y	82	66	78	34	47	85	99	99	68

   a. Tentukan persamaan garis regresinya
   b. Dugalah nilai ujian akhir dari seorang mahasiswa yang nilai kuisnya adalah 85
   c. Tentukan koefisien korelasi

2. Tabel berikut menunjukkan besarnya income per minggu (dalam dolar) dan biaya telepon untuk 10 keluarga sebagai sampel yang diambil acak.

Income	55	45	36	32	30	13	41	15	36	40
Phone Bill	35	78	102	56	75	26	130	42	59	85

   a. Dugalah persamaan garis regresinya
   b. Tentukan koefesien korelasi

3. Sebuah penelitianmengukur banyaknya gula yang terbentuk pada berbagai suhu. Datanya telah dikodekan sebagai berikut :

Suhu, x	Gula yang terbentuk, y
1.0	8.1
1.1	7.8
1.2	8.5
1.3	9.8
1.4	9.5
1.5	8.9
1.6	8.6
1.7	10.2
1.8	9.3
1.9	9.2
2.0	10.5

a. Dugalah garis regresi liniernya
b. Dugalah banyaknya gula yang terbentuk bila suhunya 1.75
c. Tentukan koefisien korelasinya

4. Dalam tabel di bawah ini, y menyatakan banyaknya suatu senyawa kimia yang larut dalam 100 gram air pada berbagai suhu x.

X^0 C	Y (gram)		
0	8	6	8
15	12	10	14
30	25	21	24
45	31	33	28
60	44	39	42
75	48	51	44

a. Tentukan persamaan garis regresinya
b. Gambarkan garis regresi tersebut pada diagram pencarnya
c. Dugalah banyaknya senyawa kimia tersebut yang akan larut dalam 100 gram air pada suhu 50 ^{0}C.
d. Tentukan koefisien korelasinya

DAFTAR PUSTAKA

Ronald E. Walpole, PENGANTAR STATISTIKA, Edisi ke 3, PT.Gramedia Pustaka Utama, Jakarta, 1995.

J. Supranto M.A, STASTISTIK TEORI DAN APLIKASI, Jilid 2 Edisi ketiga, Penerbit Erlangga, Jakarta, 1981.

Subiyakto,Haryono, STATISTIKA 2, Penerbit Gunadharma, 1993.

http://id.wikipedia.org/wiki/Distribusi_poisson

http://elearning.gunadarma.ac.id/docmodul/statistika_untuk_ekonomi_dan_bisnis/bab7_distribusi_binomial_poisson_dan_hipergeometrik.pdf